

TEORIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Marcus Ramos – P2 – 13/12/2025

1. (1,0 ponto) Como poderia ser formulado o problema de determinar se uma Máquina de Turing qualquer possui 3 ou mais estados (M3OUMAS)?

$M3OUMAS = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ é uma Máquina de Turing e } M \text{ possui três ou mais estados} \}$

2. (1,5 ponto) Como o Método Diagonal de Cantor é usado para provar que a linguagem L_d não é recursivamente enumerável?

Basta codificar as Máquinas de Turing como cadeias sobre o alfabeto $\{0,1\}$ e considerar a ordenação lexicográfica das cadeias de $\{0,1\}^*$. Estas cadeias são dispostas em linhas e colunas. Nas linhas, considera-se que cada cadeia representa uma Máquina de Turing. Se esta cadeia não for uma codificação válida, considera-se que ela representa uma Máquina de Turing cuja linguagem é vazia. Em seguida, marca-se as cadeias que são aceitas por cada Máquina de Turing. A complementação da diagonal principal é uma linguagem (L_d) que não é aceita por nenhuma Máquina de Turing. Logo, L_d não é recursivamente enumerável.

3. (1,0 ponto) O que é a Máquina de Turing universal? Qual a linguagem aceita por ela?

Máquina de Turing universal é uma Máquina de Turing que simula outras Máquinas de Turing com as suas respectivas entradas e fornece o mesmo resultado que a máquina sendo simulada forneceria. A linguagem da Máquina de Turing universal é $L_u = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ é uma Máquina de Turing que aceita a cadeia } w \}$.

4. (1,0 ponto) Por que uma redução não precisa ser injetora nem sobrejetora?

Porque é necessário apenas vincular a decidibilidade de um problema P_1 com a decidibilidade de um problema P_2 . Desta maneira, a decisão de P_2 pode ser estendida para P_1 , considerando-se a redução que foi feita.

5. (1,5 ponto) De que maneira uma redução pode ser usada para provar que um problema P é decidível (ou indecidível)?

Para provar que P é decidível, basta reduzir P para um outro problema sabidamente decidível. Para provar que P é indecidível, basta reduzir um outro problema sabidamente indecidível para P .

6. (1,0 ponto) Prove que o problema de determinar se uma linguagem recursivamente enumerável é finita é decidível.

É impossível. Pelo Teorema de Rice, basta provar que a propriedade “ser finita” é não trivial. De fato, a linguagem a^* é infinita e a linguagem a é finita e ambas são regulares e portanto recursivamente enumeráveis. Logo, o problema é indecidível.

P.S. O enunciado correto desta questão seria com a palavra “indecidível” no lugar de “decidível”. Mesmo assim, a resposta correta é a que segue acima.

7. (1,5 ponto) Por que o problema do pertencimento é indecidível para Máquinas de Turing com fita ilimitada e decidível para Autômatos Linearmente Limitados?

Porque a quantidade de configurações é infinita na Máquina de Turing com fita ilimitada e finita no Autômato Linearmente Limitado. Dessa maneira, pode-se detectar loops verificando se houve repetição de alguma configuração.

8. (1,5 ponto) Prove que o PCP é decidível para instâncias com $k = 1$ (uma única pedra), qualquer que seja o alfabeto Σ .

Se $w_1 = x_1$, então a instância tem infinitas soluções (1, 11, 111 etc). Se $w_1 \neq x_1$, então a instância não tem solução. Logo, o problema é decidível.