TEORIA DA COMPUTAÇÃO

Prova 1 – 23/05/2019 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 ponto): Uma mesma máquina pode executar programas monolíticos, iterativos e recursivos? Em caso negativo, justifique a sua resposta. Em caso afirmativo, qual condição que deve ser satisfeita para que isto seja possível?

Sim, é possível. Para isto, basta que todas as operações e testes usados nos programas estejam definidos na máquina onde o mesmo será executado, por meio de funções apropriadas.

2ª Questão (1,5 ponto): Como é feita a demonstração da hierarquia das classes de programas no que se refere à relação de equivalência forte (iterativos $\subseteq$ monolíticos $\subseteq$ recursivos)?

Inicialmente demonstra-se que (i) todo programa iterativo possui um programa monolítico fortemente equivalente, e depois (ii) que todo programa monolítico possui um recursivo fortemente equivalente. Essas demonstrações são feitas por construção, mostrando-se como obter o programa monolítico (recursivo) correspondente a partir do programa iterativo (monolítico) dado.

Em seguida, demonstra-se que as relações de inclusão não são próprias, por meio de contra-exemplos. Ou seja, apresenta-se um certo programa monolítico que não possui um iterativo com a mesma função computada numa determinada máquina. O mesmo é feito com um determinado programa recursivo, mostrando que ele não possui um monolítico com a mesma função computada numa determinada máquina.

3ª Questão (1,5 ponto): Prove que a relação "equivalência forte de programas" é uma relação de equivalência (simultaneamente reflexiva, simétrica e transitiva).

Dois programas P e Q são fortemente equivalentes se executam as mesmas operações na mesma ordem. A relação é reflexiva pois, para todo programa P (de qualquer tipo), P é fortemente equivalente à P. A relação é simétrica pois, se P é fortemente equivalente à Q, então Q é fortemente equivalente à P. Finalmente, se P é fortemente equivalente à Q, e Q é fortemente equivalente à R, segue que P é fortemente equivalente à R. Logo, a relação é de equivalência.

4ª Questão (2 pontos): Uma matriz é um vetor de vetores. Considerando isso, responda às perguntas abaixo:

- Mostre como a matriz abaixo pode ser codificada na forma de um único número natural usando o Teorema Fundamental da Aritmética. Não é necessário fazer a conta, apresenta apenas a expressão que representa este valor.

  $$\begin{matrix} 4 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 8 & 0 & 6 \end{matrix}$$

  Inicialmente, codifica-se as linhas da matriz:
  Linha 1: $2^4 * 3^7 * 5^3 = x$
  Linha 2: $2^1 * 3^2 * 5^5 = y$

Linha 3: $2^8 * 3^0 * 5^6 = z$
Em seguida, codifica-se a tripla (x, y, z) como $2^x * 3^y * 5^z$.

- Quais matrizes são representadas pelo número 30?

  A decomposição de 30 em fatores primos resulta em $2 * 3 * 5$. Logo, refere-se a uma matriz com 3 linhas que armazena vetores codificados com o número 1. O valor 1, por sua vez, representa a codificação de vetores de qualquer tamanho, com todos os elementos 0. Portanto, o número 30 representa matrizes com 3 linhas e qualquer quantidade de colunas, desde que os elementos sejam todos iguais a 0.

5ª Questão (2 pontos): Suponha que desejamos implementar o tipo *bool* na Máquina Norma, e que para isso vamos usar os valores FALSO e VERDADEIRO, codificados respectivamente como zero e um. Mostre como seriam as macros que implementam as seguintes operações (usando programas monolíticos ou iterativos): conjunção, disjunção, negação e implicação. Considere que A e B sejam registradores que armazenam valores do tipo *bool*.

- $A \coloneqq A\ AND\ B;$
  se zero_A então FALSO senão B

- $A \coloneqq A\ OR\ B;$
  se zero_A então B senão VERDADEIRO

- $A \coloneqq NOT\ A;$
  se zero_A então VERDADEIRO senão FALSO

- $A \coloneqq IF\ A\ THEN\ B.$
  se zero_A então VERDADEIRO senão (se zero_B então FALSO senão VERDADEIRO)

6ª Questão (1,5 ponto): Qual a importância da Máquina de Turing para a computação e, em particular, para a teoria da computação? Cite pelo menos dois motivos.

- ✓ Serve de modelo matemático para a construção dos computadores digitais, inclusive os com programa armazenado (von Neumann);
- ✓ Corresponde à noção intuitiva de função computável e algoritmo (quando param para todas as entradas);
- ✓ O seu poder computacional nunca foi superado por nenhum outro dispositivo, concreto ou abstrato;
- ✓ Por sua simplicidade e seu poder, são extensivamente utilizados na demonstração de diversos resultados da teoria da computação.