

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prof. Marcus Ramos – Prova final – 18/12/2025

1. (1,0 ponto) Considere os conjuntos $X = \{a, b, c\}$ e $Y = \{1,2,3\}$. Obtenha:

- Uma função que seja total, não injetora e não sobrejetora entre X e Y .

$\{(a, 1), (b, 1), (c, 1)\}$

- Uma função que seja parcial, injetora e não sobrejetora entre X e Y .

$\{(a, 1), (b, 2)\}$

- Uma função que seja parcial, não injetora e não sobrejetora entre X e Y .

$\{(a, 1), (b,)\}$

- Uma função que seja uma bijeção entre X e Y .

$\{(a, 1), (b, 2), (c, 3)\}$

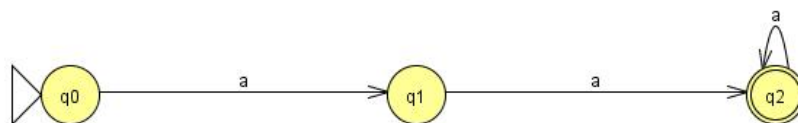
- Uma relação que não seja função entre X e Y .

$\{(a, 1), (a, 2), (b, 3)\}$

2. (1,0 ponto) O que é necessário fazer para transformar uma forma sentencial em uma sentença?

É necessário substituir todos os símbolos não terminais da forma sentencial por cadeias de símbolos terminais usando as regras da gramática. A diferença entre forma sentencial e sentença é que a primeira pode ser formada por símbolos terminais e não terminais, ao passo que a segunda é formada apenas por símbolos terminais (ou vazio).

3. (1,5 ponto) Obtenha um autômato finito mínimo que reconheça a linguagem $a(a|\varepsilon)a^*(a|\varepsilon)a^*(a|\varepsilon)a$. Prove que o autômato é mínimo.



Esta expressão regular pode ser simplificada para aaa^* . O estado q_2 aceita a linguagem a^* . O estado q_1 aceita a linguagem aa^* . O estado q_0 aceita a

linguagem aaa^* . Como as linguagens são diferentes, segue que o autômato é mínimo.

4. (1,5 ponto) Uma linguagem sensível ao contexto é aquela que é gerada por alguma gramática sensível ao contexto. Uma gramática sensível ao contexto é aquela em que as regras $\alpha \rightarrow \beta$ satisfazem às seguintes condições:

- $\alpha \in V^*NV^*$
- $\beta \in V^*$
- $|\beta| \geq |\alpha|$

Prove que toda linguagem regular (sem a cadeia vazia) é também uma linguagem sensível ao contexto.

Toda linguagem regular pode ser gerada por uma gramática linear à direita sem regras vazias. Como toda gramática linear à direita é também uma gramática sensível ao contexto, segue que toda linguagem regular é também uma linguagem sensível ao contexto.

5. (1,5 ponto) Prove que a linguagem $0^k1^k2^k3^k$, com $k \geq 0$, não é regular.

Suponha que a linguagem seja regular. Seja $w = 0^n1^n2^n3^n$, onde n é a constante do Pumping Lemma ($|w| = 4n \geq n$). Então, $w = xyz$, com $|xy| \leq n$ e $|y| \geq 1$. Logo, y é formado apenas por símbolos 0, pelo menos um. A cadeia xz não pertence à linguagem, pois a quantidade de símbolos 0 é menor mas as quantidades de 1, 2 e 3 permanecem inalteradas. Logo, a hipótese é falsa e a linguagem não é regular.

6. (1,0 ponto) Cite quatro maneiras diferentes de provar que uma linguagem é regular.

- Apresentando uma gramática regular.
- Apresentando uma expressão regular.
- Apresentando um autômato finito.
- Usando as propriedades de fechamento.

7. (1,0 ponto) Prove que a classe das linguagens livres de contexto é fechada em relação à operação de união.

Sejam $G_1 = (V_1, \Sigma_1, P_1, S_1)$ e $G_2 = (V_2, \Sigma_2, P_2, S_2)$ duas gramáticas livres de contexto quaisquer. Então, a gramática:

$$G_3 = (V_1 \cup V_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \{S_3 \rightarrow S_1, S_3 \rightarrow S_2\} \cup P_1 \cup P_2, S_3)$$

é também uma gramática livre de contexto e aceita $L(G_1) \cup L(G_2)$.

8. (1,5 ponto) Obtenha um autômato de pilha com critério de aceitação pilha vazia que reconheça a linguagem $a^mb^mc^nd^n$, com $m \geq 1$ e $n \geq 2$.

