

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prof. Marcus Ramos – P1 – 16/10/2025

1. (1,5 ponto) Suponha que A e B sejam conjuntos quaisquer. Qual o tipo dos elementos dos seguintes conjuntos:

- a. (0,5 ponto) Produto cartesiano de A por B .

Pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$.

- b. (0,5 ponto) Conjunto-potência de A .

Subconjuntos x de A , $x \subseteq A$.

- c. (0,5 ponto) Conjunto-potência do produto cartesiano de A por B .

Conjuntos de pares ordenados (a, b) onde $a \in A$ e $b \in B$.

2. (1,0 ponto) Prove que o conjunto dos números racionais Q é infinito. Um número racional é uma representação $\frac{n}{d}$, onde n e d são números inteiros positivos e $d \neq 0$.

Basta provar que existe um subconjunto próprio Q' de Q que possui a mesma cardinalidade de Q . Para provar que Q' e Q possuem a mesma cardinalidade, basta mostrar que existe uma bijeção entre Q' e Q . Considere que Q' possui todos os números racionais, exceto aqueles com $n = 0$. Claramente, Q' é um subconjunto próprio de Q . No entanto, $f\left(\frac{n}{d}\right) = \frac{n+1}{d}$ é uma bijeção entre Q e Q' .

3. (1,0 ponto) Como provar que um conjunto A é subconjunto próprio de um conjunto B ?

Basta provar (i) que todo elemento de A é também elemento de B , e (ii) que existe pelo menos um elemento de B que não é elemento de A .

4. (1,0 ponto) Defina “forma sentencial” em uma gramática G .

- (i) S (raiz da gramática G) é uma forma sentencial.
(ii) Se $\gamma\alpha\rho$ é uma forma sentencial de G e $\alpha \rightarrow \beta$ é uma regra de produção de G , então $\gamma\beta\rho$ também é uma forma sentencial de G .

5. (1,0 ponto) Quais condições que devem ser observadas para afirmar que uma gramática G e um autômato finito A definem a mesma linguagem?

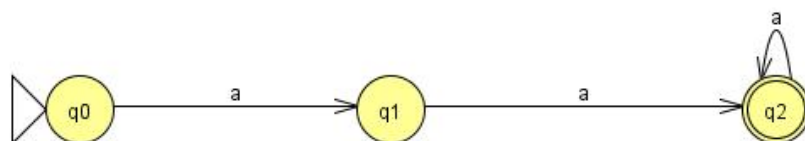
- (i) Toda cadeia gerada por G deve ser aceita por A .
- (ii) Toda cadeia aceita por A deve poder ser gerada por G (ou, forma equivalente, toda cadeia que não é gerada por G deve ser rejeitada por A).

6. (1,5 ponto) Considere a expressão $aa^*(a|\varepsilon)a^*a$.

a. (0,5 ponto) Prove que se trata de uma expressão regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ (para isso, use a definição indutiva de expressão regular).

- (i) a é uma expressão regular sobre Σ (base).
- (ii) ε é uma expressão regular sobre Σ (base).
- (iii) Se a é uma expressão regular sobre Σ , então a^* também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, fechamento).
- (iv) Se a e ε são expressões regulares sobre Σ , então $(a|\varepsilon)$ também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, união).
- (v) Se a e a^* são expressões regulares sobre Σ , então aa^* também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, concatenação).
- (vi) Se aa^* e $(a|\varepsilon)$ são expressões regulares sobre Σ , então $aa^*(a|\varepsilon)$ também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, concatenação).
- (vii) Se $aa^*(a|\varepsilon)$ e a^* são expressões regulares sobre Σ , então $aa^*(a|\varepsilon)a^*$ também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, concatenação).
- (viii) Se $aa^*(a|\varepsilon)a^*$ e a são expressões regulares sobre Σ , então $aa^*(a|\varepsilon)a^*a$ também é uma expressão regular sobre Σ (indutivo, concatenação).

b. (1 ponto) Obtenha um autômato finito determinístico que reconheça essa linguagem.

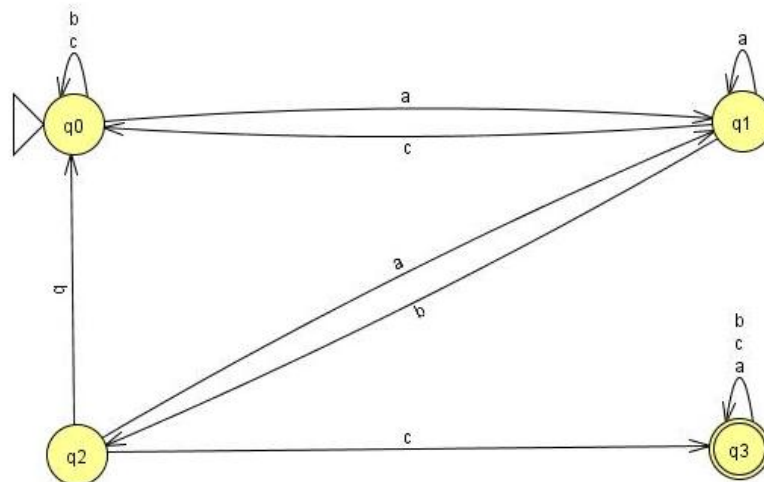


7. (2,0 pontos) Considere a expressão regular $(a|b|c)^*abc(a|b|c)^*$.

- a. (1,0 ponto) Obtenha uma gramática linear à direita unitária que gere a linguagem representada por essa expressão regular.

$S \rightarrow bS$
 $S \rightarrow cS$
 $S \rightarrow aX$
 $X \rightarrow aX$
 $X \rightarrow bY$
 $X \rightarrow cS$
 $Y \rightarrow aX$
 $Y \rightarrow bS$
 $Y \rightarrow cZ$
 $Z \rightarrow aZ$
 $Z \rightarrow bZ$
 $Z \rightarrow cZ$
 $Z \rightarrow \varepsilon$

- b. (1,0 ponto) Obtenha um autômato finito determinístico que reconheça essa linguagem.



8. (1,0 ponto) Por quê os autômatos finitos não determinísticos tem o mesmo poder computacional dos autômatos finitos determinísticos?

Porque é possível converter qualquer autômato finito não determinístico em um equivalente (ou seja, que reconhece a mesma linguagem) determinístico.