LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 1 – 29/11/2022 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (2 pontos): Considere os conjuntos $P = \{1,2\}$ e $Q = \{a\}$. Determine:

- (0,5 ponto) $P \times 2^Q$

  {
  (1, ∅), (2, ∅), (1, { a }), (2, { a })
  }

- (0,5 ponto) $2^P \times Q$

  {
  (∅, a), ({ 1 }, a), ({ 2 }, a), ({ 1, 2 }, a)
  }

- (0,5 ponto) 2^{2^Q}

  $2^Q =$ {
  ∅, {a}
  }

  2^{2^Q} = {
  ∅,
  { ∅ }, { { a } },
  { ∅, { a } }
  }

- (0,5 ponto) 2^{2^P}

  $2^P =$ {
  ∅, { 1 }, { 2 }, { 1, 2}
  }

  2^{2^P} = {
  ∅,
  { ∅ }, { { 1 } }, { { 2 } }, { { 1, 2 } },
  { ∅, { 1 } }, { ∅, { 2 } }, { ∅, { 1, 2 } }, { { 1 }, { 2 } },
  { { 1 }, { 1, 2 } }, { { 2 }, { 1, 2 } },
  { ∅, { 1 }, { 2 } }, { ∅, { 1 }, {1, 2 } }, { ∅, { 2 }, { 1, 2 } },
  { { 1 }, { 2 }, { 1, 2 } },
  { ∅, { 1 }, { 2 }, { 1, 2 } },

}

2ª Questão (1,5 ponto): Prove que o conjunto dos números racionais, cujo numerador e o denominador são maiores ou iguais a 3, é um conjunto enumerável.

Basta montar uma tabela onde, por exemplo, as linhas representam o numerador e as colunas representam o denominador, e percorrer na diagonal, como feito em sala de aula, a subtabela que inicia na linha 3, coluna 3:

	0	1	2	3	4	...
0	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(4,0)	(...,0)
1	(0,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(...,1)
2	(0,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(...,2)
3	(0,3)	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(...,3)
4	(0,4)	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(...,4)
...	(0,...)	(1,...)	(2,...)	(3,...)	(4,...)	(...,...)

Neste caso, um percurso possível seria (3,3), (3,4), (4,3), (5,3), (4,4), (3,5) etc.

3ª Questão (1,5 ponto): Proponha:

- (0,3 ponto) Um alfabeto;

  $\{ a, b \}$

- (0,3 ponto) Uma linguagem finita sobre esse alfabeto;

  $\{ ab, ba, aabb \}$

- (0,3 ponto) Uma linguagem infinita sobre esse alfabeto

  Conjunto das cadeias que começam e terminam com a.

- (0,3 ponto) Um exemplo de cadeia que pertence a essa linguagem infinita;

  a

- (0,3 ponto) Um exemplo de cadeia que não pertence a essa linguagem infinita;

  ab

Fique à vontade para descrever as linguagens como quiser.

4ª Questão (1,5 ponto): Considere a gramática $G = (\{a, b, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow bSa, S \rightarrow \mathcal{E}\}, S)$.

- (0,3 ponto) Dê exemplo de uma cadeia que não pertence à L(G);

  aba

- (0,3 ponto) Dê exemplo de uma cadeia (diferente da apresentada abaixo) que pertence à L(G);

  ab

- (0,3 ponto) Prove que a cadeia $aababb$ pertence à L(G);

  $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aabSabb \Rightarrow aababb$

- (0,6 ponto) Descreva com suas próprias palavras L(G).

  As sentenças de L(G) possuem comprimento par e, além disso, tem o formato w_1w_2 onde $w_1 \in \{a, b\}^*$ e w_2 é obtido a partir de w_1 por meio de reversão de w_1e posterior substituição de a por b e b por a.

5ª Questão (1,5 ponto): As seguintes gramáticas estão bem-formadas? Em caso negativo, qual o motivo?

- (0,3 ponto) $(\{a, b, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, S \rightarrow b\}, S)$

  Não, pois $S \notin N$.

- (0,3 ponto) $(\{a, b, A, B, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aX, S \rightarrow bX, S \rightarrow \mathcal{E}\}, S)$

  Não, pois X não foi definido.

- (0,3 ponto) $(\{b, A, B, S\}, \{a\}, \{S \rightarrow aX, S \rightarrow bX, S \rightarrow \mathcal{E}\}, S)$

  Não, pois $\Sigma \nsubseteq V$.

- (0,3 ponto) $(\{a, A, B, S\}, \{a\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow \mathcal{E}\}, S)$

  Não, pois b não foi definido.

- (0,3 ponto) $(\{a, b, A, B, S\}, \{a, b\}, \{a \rightarrow X, S \rightarrow b, A \rightarrow b\}, S)$

  Não, pois o lado esquerdo da primeira regra não contém um símbolo não-terminal.

6ª Questão (2 pontos): Considere a seguinte linguagem definida sobre o alfabeto $\{a, b, c\}$: todas as cadeias que começam com a, terminam com c e não contêm a subcadeia abc.

- (1,5 ponto) Obtenha uma gramática linear à direita que gere esta linguagem;

$$
\begin{aligned}
S &\to aX \\
X &\to cZ \\
X &\to aX \\
X &\to c \\
X &\to bY \\
Y &\to aX \\
Y &\to bZ \\
Z &\to bZ \\
Z &\to cZ \\
Z &\to S \\
Z &\to c
\end{aligned}
$$

- (0,5 ponto) Prove que a sentença $aabbcc$ é gerada pela sua gramática.

$$
\begin{aligned}
&S \\
&\Rightarrow aX \\
&\Rightarrow aaX \\
&\Rightarrow aabY \\
&\Rightarrow aabbZ \\
&\Rightarrow aabbcZ \\
&\Rightarrow aabbcc
\end{aligned}
$$