LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 3 – 22/08/2019 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (2,0 pontos): Prove que a linguagem $a^k b^{k+1} a^{k-1}, k \geq 1$, não é regular.

Suponha que a linguagem é regular. Então, podemos aplicar o Pumping Lemma para as Linguagens Regulares e existe uma constante n que satisfaz as condições do lema. Faça $k = n$ e considere a sentença $w = a^n b^{n+1} a^{n-1}$. Logo, $|w| = 3 * n \geq n$. Então, $w = xyz$ onde $|xy| \leq n$ e $|y| \geq 1$, ou seja, y contém apenas símbolos a (pelo menos um). Logo, $xy^0 z = xz$ deveria também pertencer à linguagem. Mas xz tem pelo menos um símbolo a a menos do que w (à esquerda do b) e, por causa disso, a cadeia xz sofre um desbalanceamento e não pode pertencer à linguagem. Assim, a hipótese é falsa e a linguagem não é livre de contexto conforme suposto.

2ª Questão (1,5 pontos): Prove que a L linguagem descrita a seguir, sobre o alfabeto $\{a, b, c, d\}$ é regular. <u>Todas</u> as suas sentenças satisfazem <u>todos</u> os seguintes critérios:

- Possuem quantidade ímpar de símbolos a;
- Possuem comprimento par;
- Possuem a subcadeia $abcd$;
- Não posuem a subcadeia $dcba$;
- Não termina com a nem com b.

Possuem quantidade ímpar de símbolos a: $L_1 = (b|c|d)^*(a(b|c|d)^* a(b|c|d)^*)^* a(b|c|d)^*$
Possuem comprimento par: $L_2 = ((a|b|c|d)(a|b|c|d))^*$
Possuem a subcadeia $abcd$: $L_3 = (a|b|c|d)^* abcd(a|b|c|d)^*$
Possuem a subcadeia $dcba$: $L_4 = (a|b|c|d)^* dcba(a|b|c|d)^*$
Termina com a ou b: $L_5 = (a|b|c|d)^*(a|b)$

Basta fazer $L = L_1 \cap L_2 \cap L_3 \cap \overline{L_4} \cap \overline{L_5}$. Como a classe das linguagens regulares é fechada em relação às operações de intersecção e complementação e, além disso L_1, L_2, L_3, L_4 e L_5 são regulares, segue que L também é regular.

3ª Questão (1,5 pontos): Usando autômatos finitos, prove que o problema do pertencimento é decidível para a classe das linguagens regulares. Em outras palavras, como determinar se dados um autômato finito qualquer e uma cadeia qualquer, a cadeia é aceita pelo autômato?

Basta simular a operação do autômato dado com a cadeia dada. Deve-se, no entanto, tomar o cuidado de simular apenas um autômato equivalente ao autômato dado, e que seja isento de transições em vazio. Caso contrário o autômato poderá entrar em loop infinito e assim não existir resposta para determinadas instâncias do problema. Logo, deve-se primeiro eliminar as transições em vazio do autômato dado para logo em seguida se proceder à simulação com a cadeia fornecida.

4ª Questão (1,5 pontos): Prove que a classe das linguagens finitas (linguagens com uma quantidade finita de sentenças) é um subconjunto próprio da classe das linguagens livres de contexto.

Toda linguagem finita é uma linguagem regular. Como toda linguagem regular é também uma linguagem livre de contexto, segue que toda linguagem finita é também uma linguagem livre de contexto.

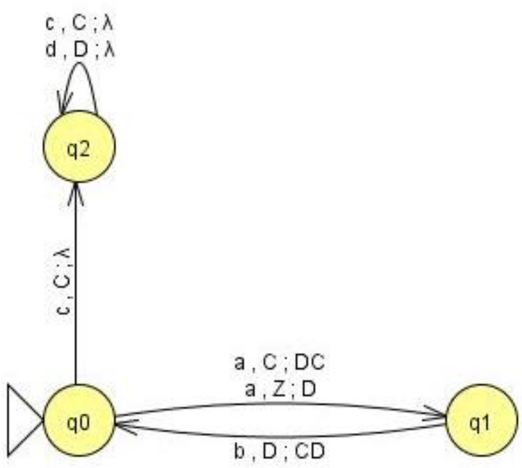
De outra forma: toda linguagem finita $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ pode ser gerada por uma gramática livre de contexto com um único símbolo não-terminal S:
$S \rightarrow w_1$
$S \rightarrow w_2$
...
$S \rightarrow w_n$
Logo, toda linguagem finita é gerada por alguma gramática livre de contexto e isto prova que a linguagem em questão é também livre de contexto.

Por outro lado, existem linguagens que são livres de contexto e não são finitas. Um exemplo é a linguagem $a^n b^n$, que é gerada pela gramática:
$S \rightarrow aSb$
$S \rightarrow \varepsilon$

5ª Questão (1,5 pontos): Obtenha uma gramática livre de contexto que gere a seguinte linguagem sobre o alfabeto $\{a, b\}$: $a^m b^n$ com $(m = n)$ ou $(m \neq n)$.

A linguagem em questão pode ser representada como $a^* b^*$, que é regular. Uma gramática livre de contexto que a gera é, por exemplo:
$S \rightarrow XY$
$X \rightarrow aX$
$X \rightarrow \varepsilon$
$Y \rightarrow bY$
$Y \rightarrow \varepsilon$

6ª Questão (2,0 pontos): Obtenha um autômato de pilha determinístico que aceite a seguinte linguagem sobre o alfabeto $\{a, b, c, d\}$: $(ab)^n (cd)^n$ com $n \geq 1$.



Critério de aceitação “pilha vazia”.