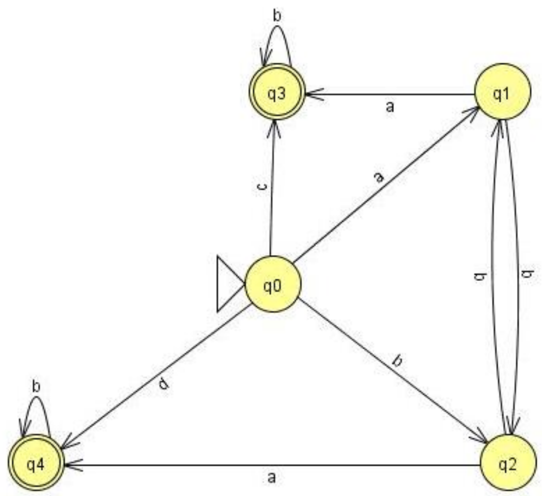
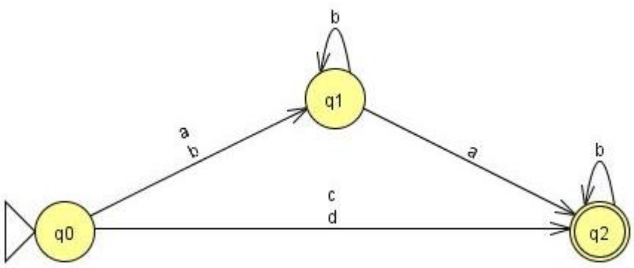
LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 3 – 04/09/2018 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 pontos): Obtenha um autômato mínimo equivalente ao autômato finito apresentado abaixo. Justifique a sua resposta.




O autômato apresentado acima aceita a mesma linguagem do autômato original e, nele, cada estado aceita um conjunto de cadeias diferente dos demais:

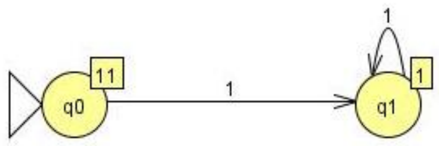
- $q_0$: $(a|b)b^*ab^*|\ (c|d)b^*$
- $q_1$: $b^*ab^*$
- $q_2$: $b^*$

2ª Questão (1,5 ponto): Construa dois transdutores $M_1$ e $M_2$ (Mealy ou Moore), de tal forma que ambos aceitam a linguagem $\{1\}^*$ (representando números em unário, sendo que $\varepsilon$ representa o zero) e:

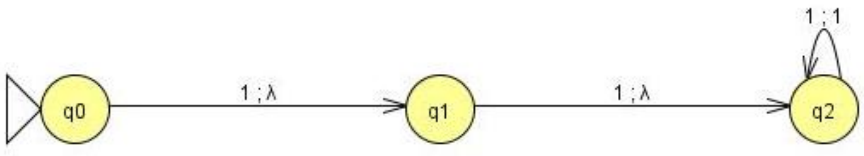
- $M_1$ aceita $n$ na entrada e produz na saída a representação em unário de $n+2$;
- $M_2$ aceita $n$ na entrada e produz na saída a representação em unário de $n-2$;

Os dois transdutores devem ser determinísticos e sem transições em vazio.

Incremento duplo (Moore):




Decremento duplo (Mealy):




(observação: todos os estados são finais)

3ª Questão (2,0 pontos): Uma gramática é dita linear se as suas regras $\alpha \to \beta$ são tais que $\alpha \in N$ e $\beta \in \Sigma^*(N \cup \{\varepsilon\})\Sigma^*$. Dê um exemplo de uma gramática linear que gere uma linguagem não-regular. Prove que a linguagem não é regular.

A gramática $G = (\{S, a, b\}, \{a, b\}, \{S \to aSb, S \to \varepsilon\}, S)$ é linear. A linguagem gerada por essa gramática é $L = a^k b^k, k \geq 0$. Para provar que ela não é regular, basta supor que $L$ seja regular, considerar que $n$ seja a constante do Pumping Lemma e selecionar a cadeia $w = a^n b^n$. Claramente $w \in L$ e $|w| \geq n$. Logo, $w = xyz$ e $y$ é formado apenas por símbolos $a$, pelo menos um. Portanto, $xy$ não pertence à $L$ (pois tem menos $a$s do que $b$s) é isso contradiz a hipótese de que $L$ seja regular. Logo, $L$ não é regular.

4ª Questão (1,5 ponto): Prove que a linguagem formada por todas as cadeias sobre o alfabeto {a,b,c,d} que não contêm nenhuma das subcadeias aaa, bbb, ccc ou ddd é regular.

Esta linguagem pode ser representada como a intersecção das seguintes linguagens, sobre o mesmo alfabeto:

- Não contêm $aaa$;
- Não contêm $bbb$;
- Não contêm $ccc$;
- Não contêm $ddd$.

Cada uma destas, por sua vez, pode ser representada, respectivamente, como a complementação de cada uma das seguintes linguagens:

- Contêm $aaa$;
- Contêm $bbb$;
- Contêm $ccc$;

- Contêm $ddd$.

Cada uma destas, por sua vez, pode ser representada, respectivamente, pelas seguintes expressões regulares:

- $(a|b|c|d)^*aaa(a|b|c|d)^*$;
- $(a|b|c|d)^*bbb(a|b|c|d)^*$;
- $(a|b|c|d)^*ccc(a|b|c|d)^*$;
- $(a|b|c|d)^*ddd(a|b|c|d)^*$.

Logo, a linguagem original pode ser obtida pela composição de linguagens comprovadamente regulares, pelo uso exclusivo das operações de complementação e intersecção que, conforme sabido, preservam a regularidade das linguagens. Portanto, a linguagem original é regular.

5ª Questão (1,5 ponto): Deseja-se provar que o problema do pertencimento em linguagens regulares é decidível. Uma alternativa seria construir um autômato finito para a linguagem em questão e simular a cadeia de entrada nele, dando como resultado SIM se o autômato aceita a cadeia e NÃO se o autômato rejeita a cadeia. Esta prova, no entanto, é válida? Justifique a sua resposta.

Não é válida. Se o autômato possuir transições em vazio, ele pode entrar em loop infinito com a cadeia de entrada e neste caso não teremos uma resposta em tempo finito. A solução, neste caso, é aplicar primeiro o algoritmo de eliminação de transições em vazio e apenas depois fazer a simulação com a cadeia de entrada. Assim, garante-se que a simulação sempre termina e portanto tem-se um algoritmo que prova que o problema é decidível.

6ª Questão (2,0 pontos): Prove que a linguagem $a^ib^ic^jd^j, i \geq 0, j \geq 1$, é livre de contexto. Além de ser livre de contexto, esta linguagem é também regular? Justifique as suas respostas.

Esta linguagem é gerada pela seguinte gramática livre de contexto:

$S \rightarrow XY$
$X \rightarrow aXb$
$X \rightarrow \varepsilon$
$Y \rightarrow cXd$
$Y \rightarrow cd$

A linguagem não é regular, fato que pode ser demonstrado pela aplicação do Pumping Lemma, de forma muito semelhante ao que foi feito na prova da questão 3. Basta escolher, por exemplo, a cadeia $w = xyz = a^nb^nc^nd^n$ e mostrar que $xz$ é uma cadeia que não pertence à linguagem pois tem menos $a$s do que $b$s, preservando as quantidades de $b$s, $c$s e $d$s da sentença original ($w$).