LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 1 – 26/06/2018 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 ponto): Considere $X = \{a, b\}$ e $Y = \{0,1,2\}$. Represente, com (alguns) exemplos, os seguintes conjuntos:

a. $X \times Y \times X$;

   $\{(a, 0, a), (a, 0, b), (a, 1, a), (a, 1, b), (a, 2, a), (a, 2, b), \dots\}$

b. $(X \times Y) \times (Y \times X)$;

   $\{((a, 0), (0, a)), ((a, 0), (0, b)), ((a, 0), (1, a)), ((a, 0), (1, b)), \dots\}$

c. $2^{Y \times X}$;

   $\{\emptyset, \{(0, a)\}, \{(0, b)\}, \dots, \{(0, a), (0, b)\}, \dots, \{(0, a), (0, b), (1, a)\}, \dots\}$

d. $2^X \times 2^Y$;

   $\{(\emptyset, \emptyset), (\emptyset, \{0\}), (\{a\}, \emptyset), \dots\}$

e. $X \times 2^Y$.

   $\{(a, \emptyset), (b, \emptyset), (a, \{0\}), (b, \{0\}) \dots\}$

2ª Questão (1,5 ponto): Qual a cardinalidade de cada um dos conjuntos da questão anterior?

a. $2 * 3 * 2 = 12$
b. $(2 * 3) * (3 * 2) = 36$
c. $2^{3*2} = 64$
d. $2^2 * 2^3 = 32$
e. $2 * 2^3 = 16$

3ª Questão (1,5 ponto): Seja $\Sigma = \{a, b, c\}$. Prove que o conjunto Σ^* é enumerável.

As cadeias de Σ^* podem ser contadas da seguinte forma:

- Em ordem crescente de comprimento;
- Em seguida, em ordem lexicográfica (ordenação alfabética) dentro de cada comprimento.

Desta forma obtemos a seguinte ordenação: ε, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, aaa, aab, aac, ... Claramente todas as cadeias de Σ^* fazem parte desta seqüência e portanto todas as cadeias serão contadas eventualmente.

4ª Questão (2,0 pontos): Obtenha uma gramática que represente a linguagem composta por todas as cadeias sobre o alfabeto $\{a, b, c, d\}$ de tal forma que se a subcadeia ab ocorrer numa sentença da linguagem, então esta subcadeiadeve ser seguida imediatamente pela subcadeia cd. São exemplos de sentenças desta linguagem: $abcd, aacd, bacd, aaabcd, ddcbaac$.

$S \rightarrow aX \mid bS \mid cS \mid dS \mid \varepsilon$

$X \rightarrow aX \mid bcdS \mid cS \mid dS \mid \varepsilon$

5ª Questão (2,0 pontos): Considere o alfabeto $\{a, b\}$ e as linguagens L_0, L_1, L_2 e L_3 geradas sobre este alfabeto respectivamente pelas seguintes gramáticas:

G_0: $S \rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon$

G_1: $S \rightarrow aS \mid Sb \mid \varepsilon$

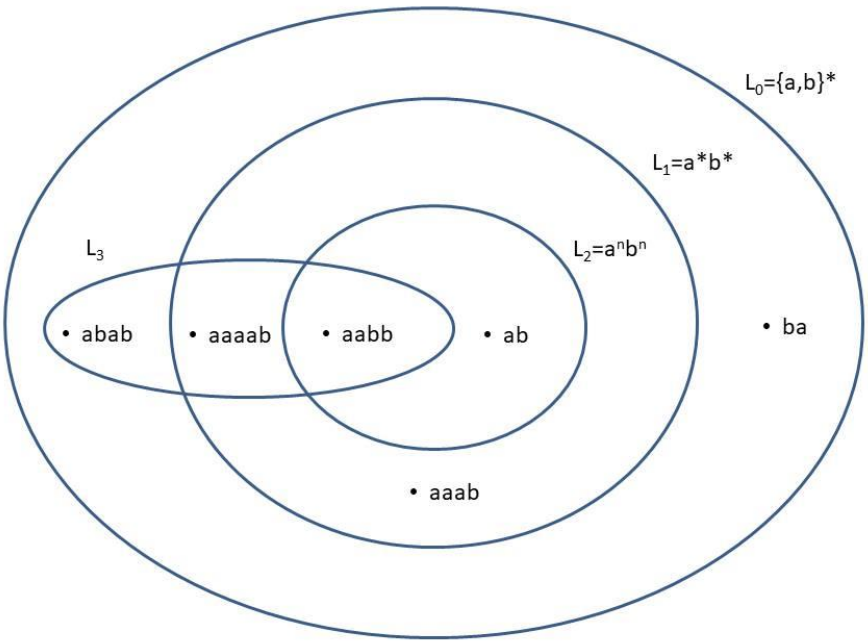
G_2: $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$

G_3: $S \rightarrow XaXaS \mid X, X \rightarrow bX \mid \varepsilon$

(a barra vertical "|" é usada para separar regras distintas de um mesmo não-terminal, e a vírgula "," é usada para separar regras de não-terminais distintos).

Faça uma figura ilustrando a relação que existe entre estas linguagens. Nela, indique uma cadeia que satisfaça a cada uma das seguintes condições:

- Pertence à L_0 mas não pertence nem à L_1 nem à L_3;
- Pertence à L_1 mas não pertence nem à L_2 nem à L_3;
- Pertence à L_2 mas não pertence à L_3;
- Pertence à L_2 e à L_3;
- Pertence à L_1 e à L_3 mas não pertence à L_2;
- Pertence à L_0 e à L_3 mas não pertence à L_1;



6ª Questão (1,5 ponto): Defina:

- Linguagem;
  Conjunto (finito ou infinito) de cadeias formadas pela justaposição de símbolos de um alfabeto finito e não-vazio.

- Linguagem gerada por uma gramática;
  Conjunto de todas as cadeias que podem ser geradas por uma gramática por meio de derivações utilizando regras de substituição;

- Linguagem aceita por um reconhecedor;
  Conjunto de todas as cadeias que são capazes de conduzir o reconhecedor desde a sua configuração inicial até alguma condifuração final.

- Gramáticas equivalentes;
  Quando toda cadeia gerada pela primeira gramática pode também ser gerada pela segunda e vice-versa. Ou seja, quando as gramáticas que geram a mesma linguagem;

- Equivalência entre gramática e reconhecedor.
  Quando todas as cadeias geradas pela gramática são aceitas pelo reconhecedor e também quando todas as cadeias aceitas pelo reconhecedor são geradas pela gramática. Ou seja, quando ambos definem a mesma linguagem.