LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova Final – 20/09/2018 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 pontos): O estudo de linguagens formais e autômatos consiste basicamente em (i) conhecer formas de representar linguagens infinitas de maneira finita e precisa; (ii) classificar as linguagens em classes e (iii) estudar as propriedades de cada classe de linguagens. Você concorda com esta afirmação? Justifique a sua resposta.

Essencialmente é isso mesmo. Gramáticas, expressões regulares e autômatos são formas distintas de definir rigorosamente linguagens infinitas de forma finita. A classificação das linguagens (regulares, livres de contexto etc) permite estudar propriedades que são comuns a todas as linguagens de um mesmo grupo. Esta classificação se dá por meio do tipo de dispositivo usado na geração e/ou na aceitação. Normalmente é possível estabelecer uma equivalência entre eles. Quanto às propriedades, incluem desde a minimização (para as linguagens regulares) até Pumping Lemmas, fechamento e decidibilidade (ou não) de várias questões.

2ª Questão (1,5 pontos): Represente formalmente (por meio de gramática, expressão regular ou autômato finito):

- A linguagem formada pelos números naturais decimais maiores ou iguais a 10 (zeros à esquerda não devem ser considerados);

$L_{10} = (1|2|3|4|5|6|7|8|9)(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)$

- Idem para os maiores ou iguais a 5;

$L_5 = 5|6|7|8|9|L_{10}$

- Idem para os diferentes de 4.

$L_4 = 0|1|2|3|L_5$

3ª Questão (1,5 pontos): Considere a linguagem definida sobre o alfabeto $\{a, b, c, d\}$ de tal forma que as suas sentenças possuem uma quantidade ímpar de símbolos a, uma quantidade par de símbolos b, pelo menos uma ocorrência da subcadeia ccc, nenhuma ocorrência da subcadeia ddd e comprimento múltiplo de 3.

- Apresente 3 sentenças que pertencem à linguagem;

$abbccc$

$dababaccc$

$dcccacccd$

- Apresente 3 sentenças que pertencem NÃO à linguagem e justifique a sua escolha:

$abbccd$: não contém a subcadeia ccc;

$dabbbaccc$: a quantidade de as é par e a quantidade de bs é ímpar;

$ddddacccd$: contém a subcadeia ddd.

- Prove que a linguagem é regular.

Basta definir:

$L_1 = ((b|c|d)^*a(b|c|d)^*a)^*(b|c|d)^*a(b|c|d)^*$
quantidade ímpar de símbolos a

$L_2 = ((a|c|d)^*b(a|c|d)^*b)^*(a|c|d)^*$
quantidade par de símbolos b

$L_3 = (a|b|c|d)^*ccc(a|b|c|d)^*$
contém a subcadeia ccc

$L_4 = (a|b|c|d)^*ddd(a|b|c|d)^*$
contém a subcadeia ddd

$L_5 = ((a|b|c|d)(a|b|c|d)(a|b|c|d))^*$
comprimento múltiplo de 3

A linguagem em questão pode ser representada como $L_1 \cap L_2 \cap L_3 \cap \overline{L_4} \cap L_5$. Logo, L é regular.

4ª Questão (1,5 pontos): Prove que a linguagem $a^i b^{2i} a^i, i \geq 0$, não é regular.

Basta aplicar o Pumping Lemma para as linguagens regulares e escolher a cadeia $w = a^n b^{2n} a^n$, onde n é a constante definida pelo Lemma. Assim, $w = xyz, |xy| \leq n, 1 \leq |y| \leq n$ e y contém apenas símbolos a (pelo menos um). Portanto, a cadeia xz (xy^0z) não faz parte da linguagem (pois ocorre um desbalanceamento na quantidade de símbolos a do início em relação ao fim) e isso prova que a linguagem não é regular.

5ª Questão (2,0 pontos): Considere a linguagem $a^i a^* b^i b^*, i \geq 0$.

- Obtenha uma gramática livre de contexto que a gere;

$S \to XB, X \to aXb, X \to A, A \to aA, A \to \varepsilon, B \to bB, B \to \varepsilon$

- Esta linguagem é regular? Justifique a sua resposta.

Sim, pois ela se reduz à $a^* b^*$. Em outras palavras, todas as sentenças da linguagem são geradas com $i = 0$. As sentenças geradas com $i > 0$ já estão contidas no conjunto das geradas por $i = 0$.

6ª Questão (2,0 pontos): Dê um exemplo de cada. Justifique as suas respostas.

- Linguagem que seja simultâneamente livre de contexto e regular;

a^*b^*é uma linguagem livre de contexto, pois é gerada pela gramática livre de contexto $S \rightarrow XY, X \rightarrow aX, X \rightarrow \varepsilon, Y \rightarrow bY, Y \rightarrow \varepsilon$. Além disso, esta mesma linguagem é gerada pela gramática linear à direita $S \rightarrow aS, S \rightarrow X, X \rightarrow bX, X \rightarrow \varepsilon$. Logo, ela é também regular.

- Gramática livre de contexto e não-regular;

A gramática $\mathrm{S \rightarrow XY, X \rightarrow aX, X \rightarrow \varepsilon, Y \rightarrow bY, Y \rightarrow \varepsilon}$ do item anterior.

- Gramática livre de contexto e não-regular que gera uma linguagem regular;

A gramática $S \rightarrow XY, X \rightarrow aX, X \rightarrow \varepsilon, Y \rightarrow bY, Y \rightarrow \varepsilon$ do item anterior.