LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 1 – 22/11/2018 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,6 ponto): Seja Σ um alfabeto qualquer (finito e não-vazio). Prove:

- A linguagem formada por todas as cadeias que podem ser definidas sobre Σ possui cardinalidade menor ou igual que a cardinalidade do conjunto de todas as linguagens que podem ser definidas sobre Σ;

Para provar que um conjunto A possui cardinalidade menor ou igual que um conjunto B, basta apresentar uma função total e injetora de A para B. Neste caso, a função que associa cada cadeia do primeiro conjunto com a linguagem finita formada por esta única cadeia é um exemplo de tal função.

- A linguagem formada por todas as cadeias que podem ser definidas sobre Σ possui cardinalidade menor que a cardinalidade do conjunto de todas as linguagens que podem ser definidas sobre Σ.

Para povar que um conjunto A possui cardinalidade menor que um conjunto B é necessário, além do resultado anterior, provar que não existe uma bijeção entre A e B. Outra maneira, mais simples, é perceber que $A=\Sigma^*$ e $B=2^{\Sigma^*}$ e que, conforme o Teorema 4.1 visto em sala de aula (que trata da cardinalidade relativa de conjuntos submetidos à operação de conjunto-potência), $|A|<|B|$.

2ª Questão (1,7 ponto): Explique de que forma os conceitos de símbolo, alfabeto, cadeia e sentença são usados para definir o conceito de linguagem formal.

Um símbolo é uma representação gráfica indivisível usada para construir frases de uma linguagem. Um conjunto de símbolos usado por uma linguagem recebe o nome de alfabeto. Uma cadeia corresponde à justaposição de símbolos de um alfabeto, repetições permitidas. Um conjunto de cadeias (de comprimento finito) qualquer (vazio ou não-vazio, finito ou infinito) recebe o nome de linguagem formal. Quando uma cadeia pertence à uma linguagem ela recebe a designação de sentença. Caso contrário, é apenas uma cadeia.

3ª Questão (1,7 ponto): Descreva, com as suas próprias palavras e por meio de exemplos, a linguagem definida pela gramática $(\{S,X,A,B,C,a,b,c\},\{a,b,c\},\{S \rightarrow ABCS, S \rightarrow X, X \rightarrow BX, X \rightarrow B, AB \rightarrow BA, AC \rightarrow CA, BA \rightarrow AB, BC \rightarrow CB, CA \rightarrow AC, CB \rightarrow BC, A \rightarrow a, B \rightarrow Bb, B \rightarrow b, C \rightarrow c\}, S)$. Seja preciso e conciso na sua resposta.

A linguagem gerada por esta gramática compreende todas as sentenças sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$ tais que a quantidade de símbolos a é igual à quantidade de símbolos c e a quantidade de símbolos b é maior que a quantidade de símbolos a (e conseqüentemente também maior que a quantidade de símbolos c). Exemplos:

$S \Rightarrow ABCS \Rightarrow ABCX \Rightarrow ABCB \Rightarrow ABBC \Rightarrow aBBC \Rightarrow abBC \Rightarrow abbC \Rightarrow abbc$

$S \Rightarrow ABCS \Rightarrow ABCX \Rightarrow ABCBX \Rightarrow ABCBB \Rightarrow ACBBB \Rightarrow aBCBB \Rightarrow abCBB \Rightarrow$

$abcBB \Rightarrow abcbB \Rightarrow abcbb$

A aplicação das duas primeiras regras gera formas sentenciais com a mesma quantidade de As, Bs e Cs e um único símbolo X. As duas regras seguintes transformam o X numa seqüência de um ou mais Bs. Logo, a quantidade de símbolos B será sempre maior que a quantidade de símbolos A (ou C). As seis regras seguintes permitem embaralhar à vontade os símbolos A, B e C. As três regras finais transformam, respectivamente, A em a, B em b e C em c.

4ª Questão (1,7 ponto): Obtenha uma gramática linear à direita, unitária ou não, que gere a linguagem formada por todas as cadeias sobre o alfabeto $\{a, b, c\}$, de tal modo que as mesmas contenham, necessariamente, as subcadeias aaa e ccc (em qualquer ordem). São exemplos de sentenças desta linguagem: $aaaccc$, $bcccbbaaaacccbc$, $bcccbbaaaba$, $cccccbaaaaa$ etc.

Gramática linear à direita não-unitária:

$S \rightarrow aS \mid bS \mid cS \mid aaaX \mid cccZ$

$X \rightarrow aX \mid bX \mid cX \mid cccY$

$Z \rightarrow aZ \mid bZ \mid cZ \mid aaaY$

$Y \rightarrow aY \mid bY \mid cY \mid \varepsilon$

5ª Questão (1,7 ponto): Represente a linguagem da questão anterior na forma de um conjunto regular.

$\{a, b, c\}^*\{aaa\}\{a, b, c\}^*\{ccc\}\{a, b, c\}^* \cup \{a, b, c\}^*\{ccc\}\{a, b, c\}^*\{aaa\}\{a, b, c\}^*$

6ª Questão (1,6 ponto): Obtenha uma expressão regular para a linguagem definida sobre o alfabeto $\{a, b, c\}$, de tal modo que todas as suas sentenças contenham a subcadeia aaa ou a subcadeia bbb ou a subcadeia ccc. São exemplos de sentenças desta linguagem: aaa, $bbbb$, $ccccc$, $abcaaaccc$ etc.

$(a|b|c)^*(aaa|bbb|ccc)(a|b|c)^*$