LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 3 – 03/10/2017 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 ponto): Obtenha uma gramática isenta de regras vazias (ou com apenas uma, se a cadeia vazia fizer parte da linguagem) equivalente à gramática com o seguinte conjunto de regras:

$S \rightarrow XYZ$
$X \rightarrow aXb \mid \varepsilon$
$Y \rightarrow cYd \mid \varepsilon$
$Z \rightarrow eZf \mid \varepsilon$

$S' \rightarrow S \mid \varepsilon$
$S \rightarrow X \mid Y \mid Z \mid XY \mid XZ \mid YZ \mid XYZ$
$X \rightarrow aXb \mid ab$
$Y \rightarrow cYd \mid cd$
$Z \rightarrow eZf \mid ef$

2ª Questão (1,5 ponto): Obtenha uma gramática na Forma Normal de Chomsky que gere a linguagem $\{a^m b^n | m = 2 * n, n \geq 1$ ou $n = 2 * m, m \geq 1\}$.

Primeira tentativa:

$S \rightarrow X \mid Y$
$X \rightarrow aXbb \mid abb$
$Y \rightarrow aaYb \mid aab$

Eliminação de regras unitárias:

$S \rightarrow aXbb \mid abb \mid aaYb \mid aab$
$X \rightarrow aXbb \mid abb$
$Y \rightarrow aaYb \mid aab$

Não-terminais:

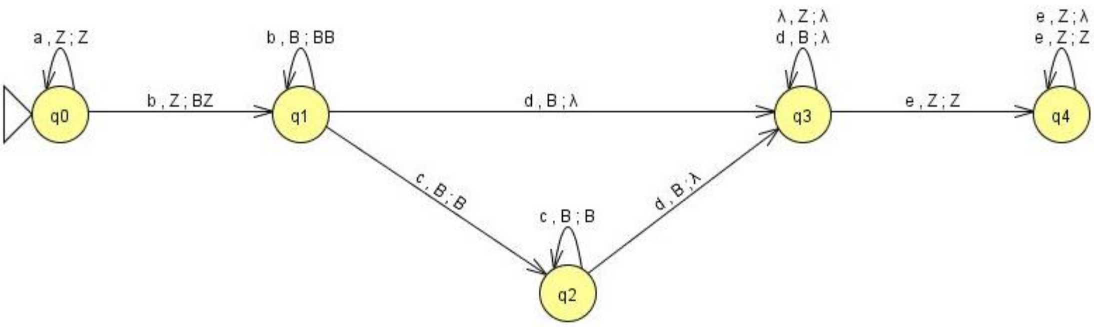
$S \rightarrow AXBB \mid ABB \mid AAYB \mid AAB$
$X \rightarrow AXBB \mid ABB$
$Y \rightarrow AAYB \mid AAB$
$A \rightarrow a$
$B \rightarrow b$

Separação:

$S \rightarrow AS_1$
$S_1 \rightarrow XS_2$
$S_2 \rightarrow BB$
$S \rightarrow AS_2$
$S \rightarrow AS_3$
$S_3 \rightarrow AS_4$
$S_4 \rightarrow YB$

$S \rightarrow AS_5$
$S_5 \rightarrow AB$
$X \rightarrow AS_1$
$X \rightarrow AS_2$
$Y \rightarrow AS_3$
$Y \rightarrow AS_5$
$A \rightarrow a$
$B \rightarrow b$

3ª Questão (1,5 ponto): Obtenha um autômato de pilha que reconheça a linguagem $\{a^*b^nc^*d^ne^* | n \geq 1\}$, usando o critério de aceitação pilha vazia.



4ª Questão (1,5 ponto): A linguagem $\{a^*a^nb^*b^n | n \geq 1\}$ é livre de contexto? Justifique a sua resposta.

Sim. Ela é gerada, por exemplo, pela gramática livre de contexto com o seguinte conjunto de regras:

$S \rightarrow AX,$
$X \rightarrow aXb,$
$X \rightarrow aBb,$
$A \rightarrow aA,$
$A \rightarrow \varepsilon,$
$B \rightarrow bB,$
$B \rightarrow \varepsilon$

Outra forma de provar é através da constatação de que essa linguagem pode ser representada também como a^+b^+, que é regular. Como toda linguagem regular é também livre de contexto, segue que ela é também livre de contexto.

5ª Questão (1,5 ponto): O Pumping Lemma para as linguagens livres de contexto explora a finitude do conjunto de símbolos não-terminais da gramática que gera cada linguagem para provar que a propriedade é observada por todas as linguagens da classe. Como isso é feito? Seja claro e sucinto na resposta.

Na representação das derivações gramaticais em forma de árvore de sintaxe, a fronteira da mesma (se formada apenas por símbolos terminais) corresponde à sentença gerada. Se esta sentença possuir um certo comprimento mínimo, é possível garantir que a árvore possuirá uma certa altura mínima, e desta forma existirá pelo menos um caminho cujo comprimento coincide com a altura, de tal forma que haverá nele pelo menos um símbolo não-terminal que aparecerá mais de uma vez. A partir daí, as sub-árvores correspondentes à estes não-terminais poder ser intercambiadas livremente, gerando uma infinidade de novas sentenças em conformidade com o enunciado do Lemma.

6ª Questão (1 ponto): Na tentativa de provar que uma certa linguagem L é livre de contexto, um aluno prova que $L = L_1(L_2 \cap L_3) \cup \overline{L_4}$ e, além disso, que L_1, L_2, L_3 e L_4 são livres de contexto. É correto, então, dizer que L é também livre de contexto? Justifique a sua resposta.

Não é correto fazer esta afirmação no caso geral, pois apesar de as linguagens livres de contexto serem fechadas em relação às operações de concatenação e união, elas não são fechadas em relação às operações de intersecção e complementação. No entanto, este resultado pode ser verdadeiro em casos particulares.

7ª Questão (1,5 ponto): Obtenha uma Máquina de Turing com Fita Limitada que reconheça a linguagem $a(a|b)^*b$.