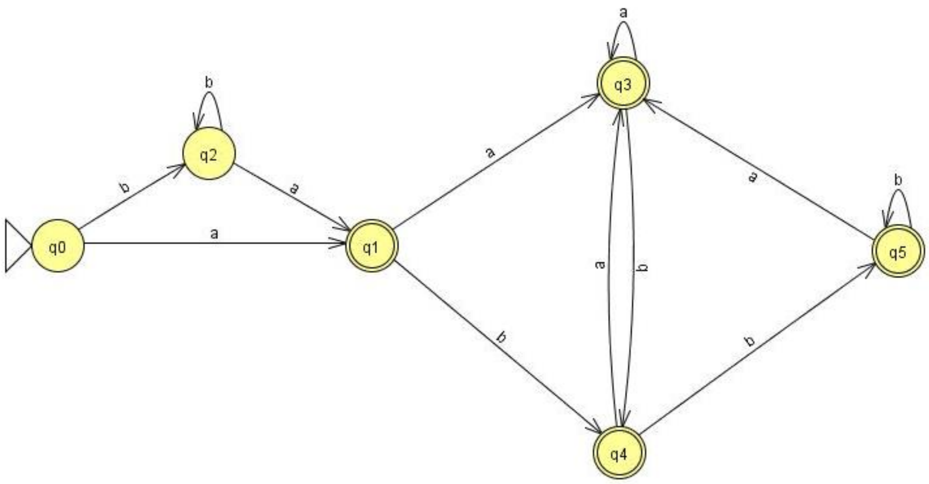
LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 2 – 29/08/2017 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 ponto): Obtenha um autômato finito determinístico, sem transições em vazio, sem estados inacessíveis e sem estados inúteis que aceite a linguagem $(a|b)^*(a|ab)(a|b)^*$.

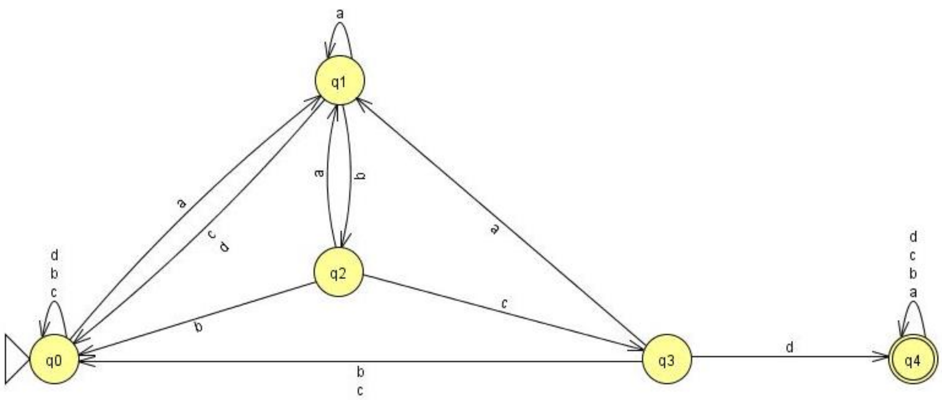


2ª Questão (1 ponto): Existe alguma linguagem que possa ser gerada por uma gramática linear à direita e não possa ser gerada por nenhuma expressão regular ou aceita por nenhum autômato finito? Justifique a sua resposta.

Não. A teoria garante que toda linguagem gerada por uma gramática linear à direita pode sempre ser gerada também por alguma expressão regular e aceita por algum autômato finito. De uma forma geral, se uma linguagem puder ser representada por um formalismo (gramática linear à direita, expressão regular ou autômato finito), sempre será possível representá-la também por meio dos outros dois formalismos. Toda linguagem pode ser representada pelos três formalismos simultaneamente (se for regular) ou não pode ser representada por nenhum dos três formalismos (se não for regular).

3ª Questão (1,5 ponto): Prove que não existe nenhum autômato finito com 4 estados que aceita a linguagem $(a|b|c|d)^*abcd\ (a|b|c|d)^*$.

Esta linguagem é aceita, por exemplo, pelo seguinte autômato (determinístico, sem transições em vazio, sem estados inacessíveis e com função de transição total) com 5 estados:



Para provar que não existe AF com 4 estados, basta aplicar o algoritmo de minimização ao autômato acima e constatar que ele coincide com o autômato mínimo. Uma outra forma é constatar, por inspeção visual, que os estados deste autômato não são equivalentes:

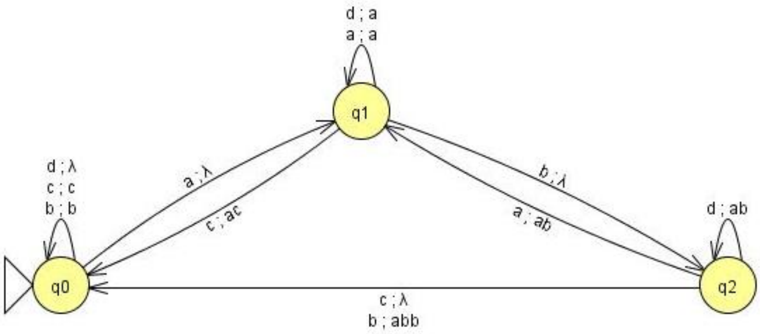
1. q_4 aceita ε e nenhum outro estado aceita ε;
2. q_3 aceita d e nenhum outro estado aceita d;
3. q_2 aceita cd e nenhum outro estado aceita cd;
4. q_1 aceita bcd e nenhum outro estado aceita bcd;

Logo,

	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	$\not\equiv$ (4)	$\not\equiv$ (3)	$\not\equiv$ (2)	$\not\equiv$ (1)
q_1	-	$\not\equiv$ (3)	$\not\equiv$ (2)	$\not\equiv$ (1)
q_2	-	-	$\not\equiv$ (2)	$\not\equiv$ (1)
q_3	-	-	-	$\not\equiv$ (1)

4ª Questão (1,5 ponto): Obtenha um transdutor finito que aceita como entrada a linguagem $(a|b|c)^*d$ e que gera na saída as mesmas cadeias da entrada (exceto pelo d final), porém são isentas de todas as ocorrência de subcadeias abc, se estas existirem. Exemplos:

Entrada	Saída
$abbcbad$	$abbcba$
$abcabcd$	ε
$aaabcd$	aa
$aaaabbacd$	$aaaabbac$
$aababcccd$	$aabcc$
$acabcbd$	acb



5ª Questão (1,5 pontos): A linguagem $\{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_b = |w|_a + 2\}$ é regular? Prove a sua resposta. Observação: $|w|_a$ e $|w|_b$ denotam, respectivamente, a quantidade de símbolos a e b contidos na cadeia w. São exemplos de cadeias que pertecem à linguagem: $bbba, abaabbbb, bb, abbabb$ etc.

A linguagem não é regular e a demonstração é feita por intermédio do Pumping Lemma. Suponha que a linguagem é regular e considere a cadeia $w = a^n b^{n+2}$, onde n é a constante do PL. Esta cadeia pertence à linguagem e possui comprimento $2 * n + 2 \geq n$. Então, $w = xyz$ com $|xy| \leq n$ e $|y| \geq 1$. Logo, a subcadeia y é composta apenas por símbolos a e contém pelo menos um símbolo a. Considere agora a cadeia $xy^0z = xz$. Esta cadeia é tal que a diferença entre a quantidade de símbolos b e a quantidade de símbolos a é maior do que 2. Logo, a cadeia não pertence à linguagem e a hipótese é falsa. Ou seja, a linguagem não é regular.

6ª Questão (1,5 ponto) Considere a linguagem L, formada sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$ tal que:

- Todas as suas sentenças contêm alguma subcadeia do conjunto $a^i b^i c^i, 1 \leq i \leq 2$;
- Todas as suas sentenças não contêm nenhuma subcadeia do conjunto $a^j b^j c^j, 3 \leq j \leq 5$.

L é regular? Prove a sua resposta.

Sim. A primeira exigência é satisfeita pela linguagem $\mathrm{L_1 = (a|b|c)^*(abc|aabbcc)(a|b|c)^*}$. A segunda exigência é satisfeita pela linguagem $\overline{\mathrm{L_2}}$, onde: $L_2 = (a|b|c)^*(aaabbbccc|aaaabbbbcccc|aaaaabbbbbccccc)(a|b|c)^*$. Como a classe das linguagens regulares é fechada em relação às operações de complementação e intersecção e, além disso, $\mathrm{L = L_1 \cap \overline{L_2}}$, segue que L é regular.

7ª Questão (1,5 ponto) Suponha que L é uma linguagem regular sobre o alfabeto $\Sigma = \{a\}$ aceita por um autômato finito com $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$. Quais cadeias devem ser testadas no autômato para determinar:

- Se a linguagem é vazia ou não-vazia? Como é feita a verificação neste caso?
- Se a linguagem é finita ou infinita? Como é feita a verificação neste caso?

Para determinar se a linguagem é não-vazia, basta submeter ao autômato sucessivamente as cadeias ε, a e aa. Se alguma delas for aceita, a linguagem é não-vazia. Se nenhuma delas for aceita, a linguagem é não-vazia.

Para determinar se a linguagem é infinita, basta submeter ao autômato sucessivamente as cadeias aaa, $aaaa$ e $aaaaa$. Se alguma delas for aceita, a linguagem é infinita. Se nenhuma delas for aceita, a linguagem é finita.