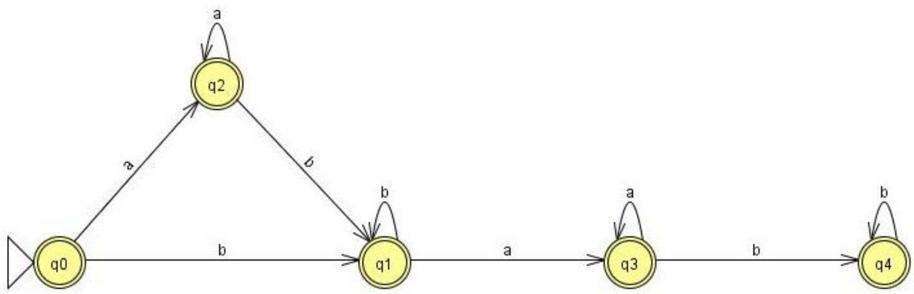
LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova Final – 17/10/2017 – Prof. Marcus Ramos

1ª Questão (1,5 ponto): Obtenha um autômato finito, determinístico, sem transições em vazio, sem estados inúteis e sem estados inacessíveis, que reconheça a linguagem $a^*b^*a^*b^*$.



2ª Questão (1,5 ponto): Provar que toda linguagem regular é reconhecida por pelo menos um autômato finito que nunca entra em loop.

Pela definição de linguagem regular, sabemos que existe pelo menos um autômato finito que reconhece a mesma. Sabemos, também, que a única forma de um autômato finito entrar em loop é quando ele possui transições em vazio. Por outro lado, existe um algoritmo que permite construir um segundo autômato, isento de transições em vazio, equivalente ao primeiro. Desta maneira, prova-se que sempre existe pelo menos um autômato finito, isento de transições em vazio, equivalente ao primeiro, e que nunca entra em loop com as cadeias de entrada.

3ª Questão (1,5 ponto): Obtenha uma gramática livre de contexto que gere a linguagem $a^i b^j$, com $i - j \geq 3$ ou $j - i \geq 3$.

$S \longrightarrow aSb$
$S \longrightarrow X$
$S \longrightarrow Y$
$X \longrightarrow aaaA$
$A \longrightarrow aA$
$A \longrightarrow \varepsilon$
$Y \longrightarrow bbbB$
$B \longrightarrow bB$
$B \longrightarrow \varepsilon$

4ª Questão (1 ponto): Defina "gramática ambígua" e "linguagem inerentemente ambígua".

Uma gramática é dita ambígua se a linguagem por ela gerada contiver pelo menos uma sentença para a qual é possível construir duas ou mais árvores de derivação distintas (ou, equivalentemente, se ela possuir duas ou mais derivações mais à esquerda distintas, ou ainda duas ou mais derivações mais à direita distintas).

Uma linguagem é dita inerentemente ambígua se todas as gramáticas que a geram forem ambíguas.

5ª Questão (1,5 ponto): Explique como a Forma Normal de Greibach pode ser usada para provar que o problema do pertencimento de uma cadeia qualquer a uma linguagem gerada por uma gramática livre de contexto G qualquer é decidível.

A prova da decidibilidade deste problema é dada por meio do seguinte algoritmo:

- Converter G em G' na forma Normal de Greibach (existe um algoritmo para isso);
- Seja n o comprimento da cadeia de entrada. Construir, em G', todas as seqüências de derivações possíveis que produzam formas sentenciais prefixadas por n símbolos terminais (a quantidade de derivações com esta característica é finita);
- Verifica-se se alguma destas seqüências de derivações gera a cadeia de entrada;
- Em caso afirmativo, aceita; em caso negativo, rejeita.

6ª Questão (1 ponto): A linguagem $a^n a^n a^n$, com $n \geq 1$, é livre de contexto? Justifique a sua resposta.

Sim. $a^n a^n a^n = a^{3n}$. Esta linguagem é gerada pela gramática livre de contexto com as seguintes regras: $S \longrightarrow aaaS, S \longrightarrow aaa$.

7ª Questão (1 ponto): Provar que toda linguagem livre de contexto é também uma linguagem recursivamente enumerável.

Linguagem livre de contexto é aquela que pode ser gerada por alguma gramática livre de contexto. Uma gramática livre de contexto é aquela na qual as regras de podução obedecem ao formato $\alpha \longrightarrow \beta$, onde $\alpha \in N$ e $\beta \in V^*$. Uma linguagem recursivamente enumerável é aquela que pode ser gerada por alguma gramática irrestrita. Uma gramática irrestrita é aquela na qual as regras de produção obedem ao formato $\alpha \longrightarrow \beta$, onde $\alpha \in V^*NV^*$ e $\beta \in V^*$. Claramente, toda gramática livre de contexto é também uma gramática irrestrita. Logo, toda linguagem livre de contexto é também uma linguagem recursivamente enumerável.

8ª Questão (1 ponto): Provar que existem linguagens sensíveis ao contexto que não são regulares.

Considere, por exemplo, a linguagem $\{a^n b^n | n \geq 1\}$. Esta linguagem, conforme foi visto em sala de aula, é livre de contexto (pois existe uma gramática livre de contexto que a gera) e não regular (por aplicação do Pumping Lemma). Como toda linguagem livre de contexto é também sensível ao contexto, temos então um exemplo de linguagem que é sensível ao contexto e não regular.