

LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 4 – 09/08/2016 – Prof. Marcus Ramos

1. (2,0 pontos) A gramática abaixo gera a linguagem $a^m b^n$ com $m \geq 1$, $n \geq 1$ e $m \neq n$. Considere a sentença $w = aabbbb$ e prove (através de caminhos em árvores de derivação) que existem subcadeias u, v, x, y e z tais que $w = uvxyz$, de tal modo que u, v, x, y e z satisfazem os critérios do Pumping Lemma para as Linguagens Livres de Contexto (neste caso, mesmo com $|w| < 2^k$).

$S \rightarrow A'S_1 \mid A'A \mid a \mid B'B \mid b$
 $S_1 \rightarrow SB'$
 $A \rightarrow A'A \mid a$
 $B \rightarrow B'B \mid b$
 $A' \rightarrow a$
 $B' \rightarrow b$

2. (2,0 pontos) Sabe-se que a intersecção de uma linguagem livre de contexto com uma linguagem regular resulta sempre numa linguagem livre de contexto. Em outras palavras, a classe das linguagens livres de contexto é fechada em relação à operação de intersecção com linguagens regulares. Use este resultado, e também a linguagem definida pela expressão regular $R = a^*b^*c^*$, para provar que a linguagem $L = \{w \in a,b,c\}^* \mid |w|_a = |w|_b + 1 = |w|_c + 2\}$ não é livre de contexto.
3. (2,0 pontos) Uma gramática livre de contexto controlada por uma linguagem regular é composta por uma gramática livre de contexto com regras nomeadas e uma expressão regular sobre o alfabeto dos nomes usados. A ideia é que, ao contrário de uma gramática convencional, as regras só podem ser usadas na ordem definida por alguma sentença da linguagem gerada pela expressão regular. Todas as demais são inválidas. Exemplo: a gramática controlada abaixo define a linguagem sensível ao contexto $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.

$(p_1) S \rightarrow BC$
 $(p_2) B \rightarrow aBb$
 $(p_3) B \rightarrow ab$
 $(p_4) C \rightarrow cC$
 $(p_5) C \rightarrow c$

$R = p_1(p_2p_4)^*p_3p_5$

Considere a sentença $p_1p_2p_4p_2p_4p_3p_5 \in R$. Então, $aaabbbccc$ é uma sentença da linguagem definida por esta gramática controlada.

Obtenha uma gramática controlada que gere a linguagem $\{a^n b^n c^{n+1} d^{n+2} \mid n \geq 0\}$.

4. (1,0 ponto) Explique a relação que existe entre a classe das linguagens livres de contexto determinísticas e a classe das linguagens livres de contexto não-determinísticas. Discorra sobre as consequências práticas desta relação.
5. (1,0 ponto) Prove:
- Toda linguagem regular é também uma linguagem sensível ao contexto;
 - Nem toda linguagem sensível ao contexto é uma linguagem regular.
6. (2,0 pontos) Obtenha uma Máquina de Turing com Fita Limitada que reconheça a linguagem $\{wcwcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$ sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$.