LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova 3 - 05/08/2016 - Prof. Marcus Ramos

1. (2,0 pontos) Um Desafio Gastronômico reúne dois participantes A e B que competem da seguinte forma:
   i. O participante A come uma série de hambúrgueres; para cada hambúrguer que ele come, ele empilha a embalagem vazia do mesmo em cima da mesa;
   ii. Depois, ele come uma série de saquinhos de batata frita. Para cada saquinho que ele come, ele empilha as embalagens em cima das embalagens dos hambúrgueres;
   iii. Imediatamente depois de todos os hambúrgueres e imediatamente depois de todas as batatas fritas, ele é liberado para tomar uma quantidade arbitrária de refrigerantes;
   iv. O competidor B então entra em cena, examina a pilha de embalagens vazias e tenta comer, primeiro, uma quantidade de saquinhos de batas fritas maior do que o concorrente A;
   v. Depois, ele tenta comer uma quantidade de hambúrgueres maior do que o concorrente A. Imediatamente depois de todas as batatas fritas e imediatamente depois de todos os hambúrgueres ele pode tomar uma quantidade ilimitada de refrigerantes;
   vi. A vence o desafio se comer mais hambúrgueres e mais saquinhos de batatas fritas do que B; B vence se comer mais hambúrgueres e mais saquinhos de batatas fritas do que A. A quantidade de refrigerantes consumidos não é levada em conta. Em todos os outros casos o resultado é indefinido.

Suponha que o eixo horizontal representa o tempo em que os itens são consumidos pelos competidores, h representa o consumo de um hambúrguer, b representa o consumo de um saquinho de batatas fritas e r representa o consumo de um refrigerante. Suponha que # separa o consumo de A do consumo de B. Seguem alguns exemplos:

Histórico do Consumo	Resultado do Desafio
hhrbbbr#bbh	Vitória de A
hhhrrbbbrr#bbbbhhhhh	Vitória de B
hhhhbb#bbrhhhhrrr	Empate
hhrbbr#bhhhrrr	Indefinido
hhhhbbr#bbbbrhhh	Indefinido

Obtenha gramáticas livres de contexto que gerem todas as sentenças que representem:

a) Todos os Desafios em que há empate;

$S \rightarrow S_1\ R$

$S_1 \rightarrow h\ S_1\ h$

$S_1 \rightarrow R\ S_2\ R$

$S_2 \rightarrow b\ S_2\ b$

$S_2 \rightarrow R\ \#$

$R \rightarrow r\ R \mid \varepsilon$

b) Todas os Desafios em que o competidor A vence;

$S \rightarrow S_1\ R$

$S_1 \rightarrow h\ S_1\ h$

$S_1 \rightarrow H\ R\ S_2\ R$

$S_2 \rightarrow b\ S_2\ b$

$S_2 \rightarrow B\ R\ \#$

$R \rightarrow r\ R \mid \varepsilon$

$H \rightarrow h\ H \mid h$

$B \rightarrow b\ B \mid b$

c) Todas os Desafios em que o competidor B vence.

$S \rightarrow S_1\ R$

$S_1 \rightarrow h\ S_1\ h$

$S_1 \rightarrow R\ S_2\ R\ H$

$S_2 \rightarrow b\ S_2\ b$

$S_2 \rightarrow R\ \#\ B$

$R \rightarrow r\ R \mid \varepsilon$

$H \rightarrow h\ H \mid h$

$B \rightarrow b\ B \mid b$

2. (1,0 ponto) Conceitue:

   a) Gramática ambígua;

   Gramática livre de contexto que gera pelo menos uma sentença para a qual existem pelo menos duas árvores de derivação distintas (ou derivações mais à esquerda, ou derivações mais à direita).

   b) Linguagem inerentemente ambígua.

   Linguagem livre de contexto que pode ser gerada apenas por gramáticas livres de contexto ambíguas.

3. (1,0 ponto) A linguagem $a^i b^j c^k$, com $j \leq i$, $k \leq j$ e $i \leq 100$ é livre de contexto? Justifique a sua resposta.

   Sim, pois a linguagem em questão é finita, toda linguagem finita é regular e toda linguagem regular é também livre de contexto.

4. (1,5 ponto) Considere a gramática abaixo. Obtenha uma gramática equivalente isenta de regras unitárias, regras vazias, símbolos inacessíveis e símbolos inúteis:

   S → aBcDe | ε

   B → bB | b | X | ε

   X → dD | D | SS

   D → d | dd | S

   Símbolos anuláveis: {S, B, X, D}. Logo, a gramática isenta de regras vazias (exceto por uma, pois a linguagem contém a cadeia vazia) é:

   S’ → S | ε

   S → aBcDe | acDe | aBce |ace

   B → X | bB | b

   X → D | dD | SS | d | S

   D → d | dd | S

   A eliminação de regras unitárias resulta em:

   S’ → aBcDe | acDe | aBce |ace | ε

   S → aBcDe | acDe | aBce |ace

   B → d | dd | aBcDe | acDe | aBce |ace | dD | SS | bB | b

   X → d | dd | aBcDe | acDe | aBce |ace | dD | SS

   D → d | dd | aBcDe | acDe | aBce |ace

Símbolos úteis: {S', S, B, X, D}

Símbolos acessíveis: {S', B, D, S}

Logo, a gramática resultante é:

$S' \rightarrow aBcDe \mid acDe \mid aBce \mid ace \mid \varepsilon$

$S \rightarrow aBcDe \mid acDe \mid aBce \mid ace$

$B \rightarrow d \mid dd \mid aBcDe \mid acDe \mid aBce \mid ace \mid dD \mid SS \mid bB \mid b$

$D \rightarrow d \mid dd \mid aBcDe \mid acDe \mid aBce \mid ace$

5. (1,5 ponto) Considere a linguagem $a^x b^y c^z d^w$, tal que x=z ou y=w, com x≥1, y≥1, z≥1, w≥1. Obtenha uma gramática na Forma Normal de Chomsky que gere esta linguagem.

Gramática inicial:

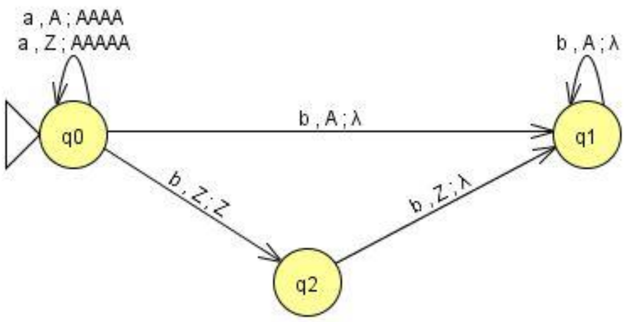
$S \rightarrow XD$	$S \rightarrow AZ$
$X \rightarrow aYc$	$Z \rightarrow bWd$
$Y \rightarrow aYc$	$W \rightarrow bWd$
$Y \rightarrow B$	$W \rightarrow C$
$B \rightarrow bB$	$A \rightarrow aA$
$B \rightarrow b$	$A \rightarrow a$
$D \rightarrow dD$	$C \rightarrow cC$
$D \rightarrow d$	$C \rightarrow c$

Convertendo para a Forma Normal de Chomsky:

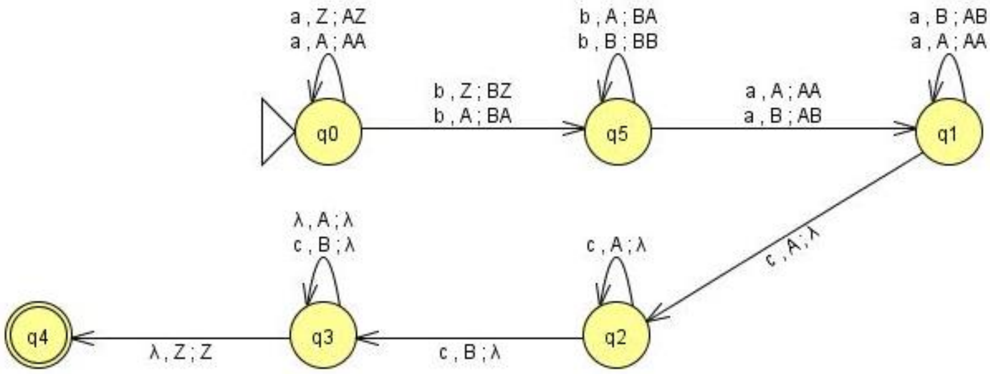
$S \rightarrow XD$	$S \rightarrow AZ$
$X \rightarrow A'X_1$	$Z \rightarrow B'Z_1$
$X_1 \rightarrow YC'$	$Z_1 \rightarrow WD'$
$Y \rightarrow A'Y_1$	$W \rightarrow B'W_1$
$Y_1 \rightarrow YC'$	$W_1 \rightarrow WD'$
$Y \rightarrow B'B$	$W \rightarrow C'C$
$Y \rightarrow b$	$W \rightarrow c$
$B \rightarrow B'B$	$A \rightarrow A'A$
$B \rightarrow b$	$A \rightarrow a$
$D \rightarrow D'D$	$C \rightarrow C'C$
$D \rightarrow d$	$C \rightarrow c$
$B' \rightarrow b$	$A' \rightarrow a$

D'→d C'→c

6. (1,5 ponto) Obtenha um autômato de pilha que reconheça a linguagem a^ib^j, i≥0 e j=3*i+2.



7. (1,5 ponto) Descreva a linguagem aceita pelo autômato abaixo. O critério de aceitação é por estado final, o símbolo inicial de pilha é Z e λ representa ε. Exemplifique com algumas cadeias que pertencem à linguagem e outras que não pertencem à linguagem.



Este autômato aceita a linguagem $a^*b^ia^jc^k$, com i≥1, j≥1 e k=i+j. Exemplos de sentenças: bacc, aabacc, abbaaccc. Exemplos de cadeias que não são sentenças: abab, cabb, aaabbacc.