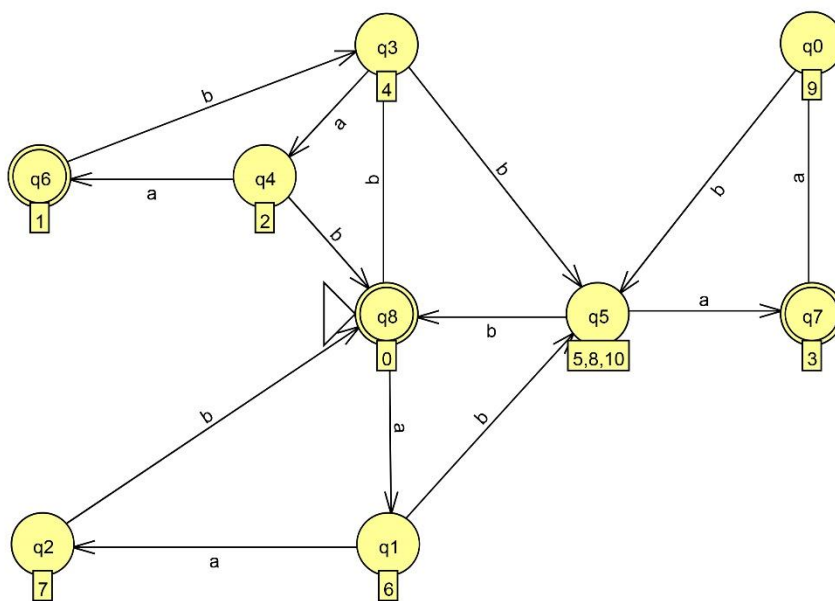
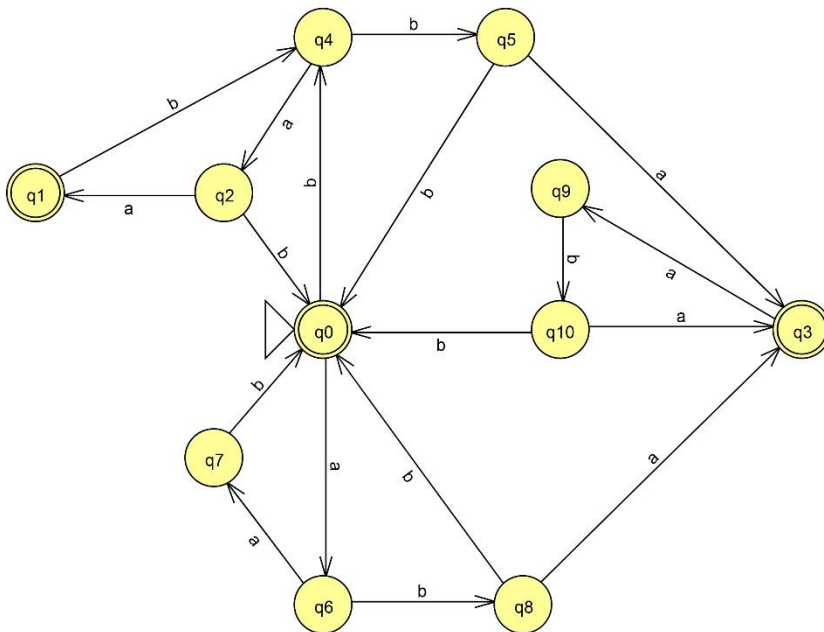


LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova Final - 12/08/2016

Prof. Marcus Ramos

1. (2,0 pontos) O autômato abaixo aceita sentenças sobre $\{a,b\}$ tal que o comprimento delas é múltiplo de 3 e elas não contêm a subcadeia aaa . Obtenha uma versão mínima equivalente:



2. (1,5 pontos) Prove que a linguagem L , sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$ é regular. As sentenças de L :

- a) Não possuem a subcadeia aaa , e
- b) Possuem a subcadeia bbb , e
- c) Tem comprimento que é múltiplo de 3 ou de 5;
- d) A quantidade de símbolos c é par.

A linguagem complemento de (a) é regular, pois é gerada pela ER $(a|b|c)^*aaa(a|b|c)^*$. Como a classe das linguagens é fechada em relação à operação de complementação, segue que (a) também é regular. A ER $(a|b|c)^*bbb(a|b|c)^*$ gera (b), que portanto é regular. A ER $((a|b|c)(a|b|c)(a|b|c))^*(((a|b|c)(a|b|c)(a|b|c)(a|b|c)(a|b|c))^*$ gera (c), que portanto é regular. A ER $((a|b)^*c(a|b)^*c)^*(a|b)^*$ gera (d), que portanto é regular. Como a classe das linguagens regulares é fechada em relação à operação de intersecção, segue que $(a) \cap (b) \cap (c) \cap (d)$ é regular.

3. (1,5 pontos) Considere a gramática abaixo:

$S \rightarrow XY \mid YX$

$X \rightarrow AX \mid A$

$Y \rightarrow BY \mid B$

$AA \rightarrow aa$

$BBB \rightarrow bbb$

a) Qual o tipo mais restrito desta gramática?

Sensível ao contexto.

b) Descreva a linguagem gerada por esta gramática.

$a^{2m}b^{3n} \mid b^{3m}a^{2n}, m \geq 1, n \geq 1.$

c) Qual o tipo mais restrito da linguagem gerada por esta gramática? Justifique sua resposta.

Regular, pois é gerada pela gramática linear à direita:

$S \rightarrow S_1 \mid S_6$

$S_1 \rightarrow aS_2$

$S_2 \rightarrow aS_3 \mid aS_1$

$S_3 \rightarrow bS_4$

$S_4 \rightarrow bS_5$

$S_5 \rightarrow bS_3 \mid \epsilon$

$S_6 \rightarrow bS_7$

$S_7 \rightarrow bS_8$

$S_8 \rightarrow bS_9 \mid bS_6$

$S_9 \rightarrow aS_{10}$

$S_{10} \rightarrow aS_9 \mid \epsilon$

4. (1,5 pontos) Justifique:

a) Toda gramática regular é também uma gramática livre de contexto;

Uma gramática regular é uma gramática linear à direita ou uma gramática linear à esquerda. Nos dois casos, o formato das regras satisfaz também os requisitos das regras de uma gramática livre de contexto. Logo, toda gramática regular é também uma gramática livre de contexto.

b) Nem toda gramática livre de contexto é regular;

Qualquer gramática livre de contexto que contenha mais de dois símbolos do lado direito de alguma regra.

c) Nem toda gramática livre de contexto é sensível ao contexto.

São apenas sensíveis ao contexto as gramáticas livres de contexto cujas regras $\alpha \rightarrow \beta$ são tais que $|\beta| \geq |\alpha|$.

d) Nem toda gramática sensível ao contexto é livre de contexto;

Qualquer gramática sensível ao contexto que contenha alguma regra com mais de um símbolo do lado esquerdo.

e) Toda linguagem regular é também uma linguagem livre de contexto;

Uma linguagem regular é aquela que é gerada por uma gramática regular. Como toda gramática regular é também uma gramática livre de contexto (vide item anterior), segue que toda linguagem regular é também uma linguagem livre de contexto.

f) Nem toda linguagem livre de contexto é regular.

A existência de linguagens livres de contexto não-regulares pode ser provada através do Pumping Lemma para as linguagens regulares. Um exemplo de tal linguagem é a linguagem $anbn$, $n \geq 0$.

g) Toda linguagem livre de contexto é também sensível ao contexto.

De acordo com a definição, uma linguagem L é sensível ao contexto se $L - \{\epsilon\}$ pode ser gerada por alguma gramática sensível ao contexto. Como linguagens livres de contexto que não incluem a cadeia vazia podem ser geradas por gramáticas livres de contexto sem regras vazias e, neste caso, estas gramáticas são também sensíveis ao contexto, segue que toda linguagem livre de contexto é também uma linguagem sensível ao contexto.

5. (1,5 pontos) A simplificação de uma gramática livre de contexto envolve quatro etapas.

a) Que etapas são estas?

Eliminação de regras vazias, eliminação de regras unitárias, eliminação de símbolos inúteis e eliminação de símbolos inacessíveis.

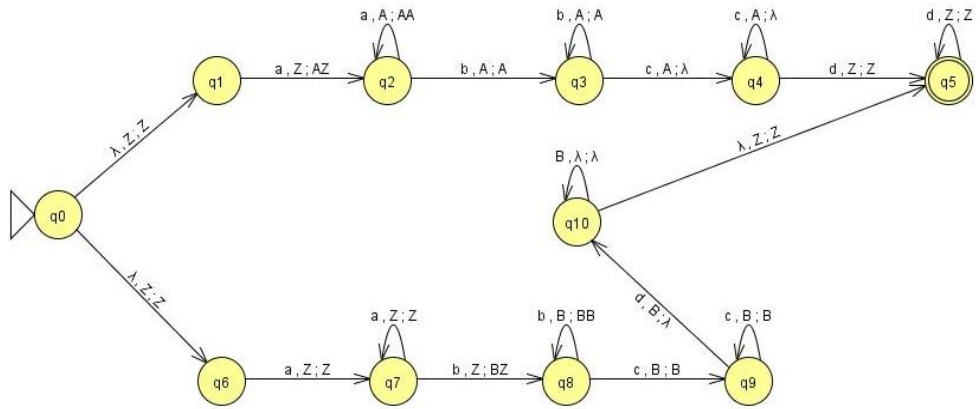
b) Em que ordem estas etapas devem ser aplicadas, para que cada uma seja executada uma única vez?

Na ordem em que foram citadas no item anterior.

c) Como se justifica a escolha desta ordem?

A eliminação de regras vazias pode introduzir regras unitárias, mas o contrário não é verdadeiro. Portanto, para se aplicar cada algoritmo uma única vez, deve-se eliminar primeiro as regras vazias e depois as regras unitárias. A eliminação de símbolos inacessíveis e inúteis deve ser feita por último, pois elas não introduzem regras vazias ou unitárias. Por outro lado, a eliminação de símbolos inúteis não gera símbolos inacessíveis, mas o contrário pode acontecer. Portanto, deve-se primeiro eliminar os símbolos inúteis e por último os símbolos inacessíveis.

6. (2,0 pontos) Considere a linguagem $a^x b^y c^z d^w$, tal que $x=z$ ou $y=w$, com $x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$, $w \geq 1$. Obtenha um autômato de pilha que a reconheça.



Não-determinístico com critério estado final.