LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

Prova final - 05/07/2012 - Prof. Marcus Ramos

Questão 1 (1,2 ponto) - Considere o alfabeto $\{0,1\}$ e cadeias sobre esse alfabeto interpretadas como números binários em complemento de 2. Provar que os seguintes conjuntos de cadeias sobre esse alfabeto são regulares (a quantidade de zeros à esquerda é indiferente):

a) Números com cinco ou mais algarismos;
b) Números positivos e ímpares;
c) Números negativos e pares;
d) Números menores ou iguais à 63_{10};
e) Números maiores ou iguais à 8_{10};
f) Números diferentes de 3_{10}.

Questão 2 (2 pontos) - As linguagens abaixo são livres de contexto? Justifique as suas respostas.

a) (0,5 ponto) $a^i b^i c^j d^j$, com $i \geq 2, j \geq 3$.
b) (1,5 ponto) $a^i b^j c^k$, com $j < i$ ou $k > 2 * i$ ou $j = i + k$;

Questão 3 (2 pontos) - Provar que a linguagem $(ab)^i c(ba)^i, i \geq 0$, é:

a) (0,5 ponto) Livre de contexto;
b) (1,5 ponto) Não-regular.

Questão 4 (1 ponto) - Seja M um autômato finito com k estados que aceita a linguagem L. Provar que existe um autômato de pilha N com a mesma quantidade $k$de estados e que aceita a mesma linguagem L.

Questao 5 (1 ponto) - Construir um transdutor finito determinístico que aceite como entrada uma gramática livre de contexto qualquer sobre o alfabeto $\{S, X, Y, Z, a, b, c\}$, representada de forma algébrica, e gere na saída a mesma gramática representada em BNF.
As cadeias de entrada terão o formato:

$$\left((S|X|Y|Z) \rightarrow (S|X|Y|Z|a|b|c)^* \#\right)^*$$

As cadeias de saída terão o formato correspondente :

$$\left((< S > | < X > | < Y > | < Z >) ::= (< S > | < X > | < Y > | < Z > |a|b|c)^* \#\right)^*$$

Questão 6 (1 ponto) - Conceituar, exemplificar e discorrer sobre aplicações de:

a) (0,5 ponto) Propriedades de fechamento;
b) (0,5 ponto) Questões decidíveis.

Questão 7 (1,8 ponto) - Um *"gramática livre de contexto controlada por uma expressão regular"* é definida como $G = (G', R)$, onde G' é uma gramática livre de contexto, R é uma expressão regular sobre o alfabeto $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ e p_i identifica a i-ésima produção de G', de tal forma que $L(G) = \{w \mid p_{i_1} p_{i_2} \ldots p_{i_k} \in L(R)$ e $S \Rightarrow_{p_{i_1}} w_1 \Rightarrow_{p_{i_2}} w_2 \ldots \Rightarrow_{p_{i_k}} w\}$.
Por exemplo, a gramática:

$(p_1)\ S \rightarrow BC$
$(p_2)\ B \rightarrow aBb$
$(p_3)\ B \rightarrow ab$
$(p_4)\ C \rightarrow cC$
$(p_5)\ C \rightarrow c$
$R = p_1(p_2p_4)^* p_3 p_5$

Define a linguagem $a^n b^n c^n$, $n \geq 1$. A derivação de uma sentença dessa linguagem pode ser mostrada considerando-se a cadeia $p_1 p_2 p_4 p_3 p_5 \in L(R)$ e a seqüência de derivações correspondente, resultando em $aabbcc$. Pede-se: modificar a gramática G acima para gerar a linguagem $a^n b^n c^n d^n e^n$, $n \geq 0$.