LINGUAGENS FORMAIS E AUTÔMATOS

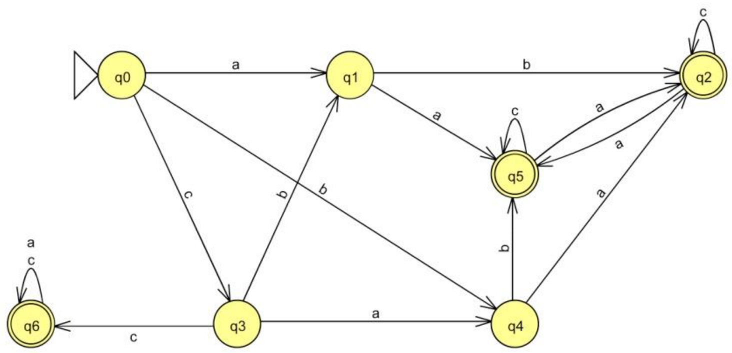
Prova 2 - 10/06/2011 - Prof. Marcus Ramos

NOME: ____

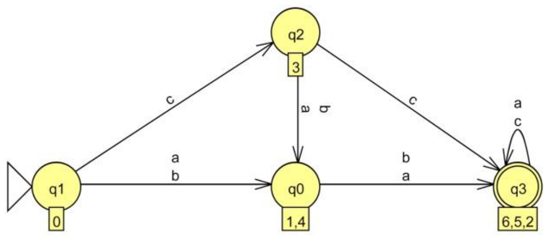
- *Colocar seu nome no espaço acima;*
- *A prova pode ser feita à lápis ou caneta;*
- *A duração é de três horas;*
- *As questões da parte 1 devem ser respondidas no verso da prova;*
- *As questões 1 e 2 da parte 1 valem 0,9 ponto cada; as demais valem 1,0 ponto cada;*
- *As questões da parte 2 devem ser respondidas no espaço apropriado;*
- *Cada questão da parte 2 vale 0,4 ponto;*
- *Cada questão da parte 2 tem uma única resposta;*
- *Na parte 2 deve-se selecionar a resposta VERDADEIRA, exceto se indicado o contrário;*
- *Cada resposta errada (da parte 2 apenas) anula uma resposta correta (da parte 2 também);*
- *Questões não respondidas não assinalam pontos;*
- *A resolução estará disponível na página da disciplina na Internet ao término da prova.*

PARTE 1

01) Obtenha um autômato finito mínimo que seja equivalente ao autômato abaixo. Prove que ele é mínimo.

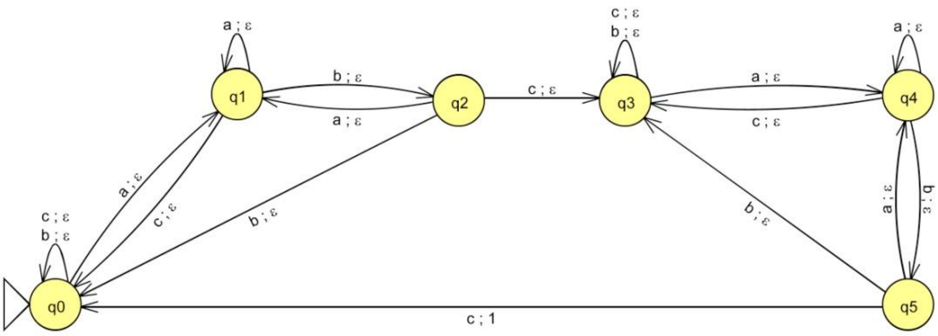


Seja q_7 o estado usado para tornar a função de transição total. Então, as classes de equivalência são $\{q_0\}$, $\{q_3\}$, $\{q_1, q_4\}$ e $\{q_2, q_5, q_6\}$:



02) Obtenha um transdutor finito (Mealy ou Moore) que aceite como entrada cadeias sobre $\{a, b, c\}$ e gere na saída uma cadeia que representa um número em unário correspondente à $n/2$ (divisão inteira), onde n é a quantidade de ocorrências da subcadeia abc na cadeia de entrada. Exemplos:

- entrada *aabcbabcc*, saída 1;
- entrada *ababcacbc*, saída ε;
- entrada *aabcbbabccabcbabcabc*, saída 11.

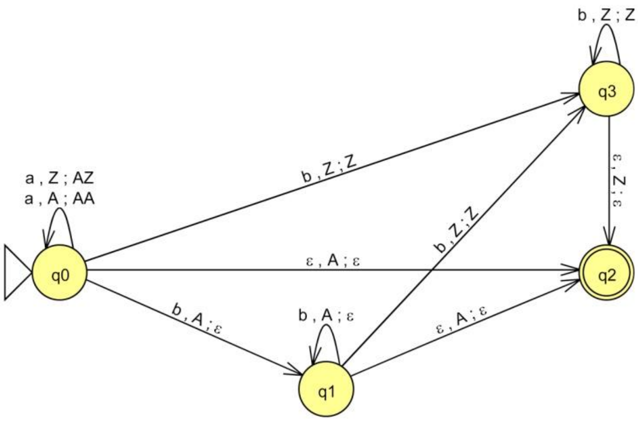


03) Prove que a linguagem $L = \{a^i b^j \mid i \neq j\}$ é livre de contexto.

Alternativa 1 - Gramática livre de contexto:

S → A W | W B
W → a W b | ε
A → a A | a
B → b B | b

Alternativa 2 - Autômato de pilha:



Z é o símbolo inicial da pilha (Z_0). O critério de aceitação é por estado final.

Alternativa 3 - Propriedades de fechamento das linguagens livres de contexto

Como $L_0 = \{a^i b^j \mid i = j\}$ é livre de contexto (S → a S b | ε), assim como $L_1 = a^+$ e $L_2 = b^+$, e como as linguagens livres de contexto são fechadas em relação às operações de concatenação e união, segue que $L = L_1 L_0 \cup L_0 L_2$ também é livre de contexto.

04) Prove que a linguagem $L = \{ba^i b^{2i} \mid i \geq 1\}$ não é regular.

Suponha que L seja regular e seja n a constante do Pumping Lemma. Seja $w = ba^n b^{2n} \in L, |w| = 3n + 1 \geq n$. Então $w = xyz, |xy| \leq n, |y| \geq 1$. Portanto, a cadeia xy é um elemento de ba^*. Logo, y é:

- b, ou
- um elemento de ba^+ $(ba, baa, baaa, \dots)$, ou
- um elemento de a^+ $(a, aa, aaa, \dots)$.

Em todos os casos, $xz \notin L$ pois a eliminação de y da sentença original remove o símbolo b do início (nos dois primeiros casos) ou desbalanceia a quantidade de símbolos a (no terceiro caso). Portanto a hipótese é falsa e L não é regular.

05) Qual o tipo da linguagem $L \subseteq \{a, b, c\}^*$ definida abaixo? Prove sua resposta. Seja $w \in L$. Então:

- $|w|_a$ é par, e
- $|w|$ é múltiplo de 3, e
- $w = \alpha abc\beta$, com $\alpha, \beta \in \{a, b, c\}^*$, e
- w não possui aa como prefixo.

$|w|_a$ é par é regular: $((b|c)^* a(b|c)^* a(b|c)^*)^*$
$|w|$ é múltiplo de 3 é regular: $((a|b|c)(a|b|c)(a|b|c))^*$
$w = \alpha abc\beta$ é regular: $(a|b|c)^* abc(a|b|c)^*$
w não possui aa como prefixo é regular: $(ab|ac|b|c)(a|b|c)^*$

Como as linguagens regulares são fechadas em relação à operação de intersecção, segue que L é regular.

PARTE 2

01) Se uma linguagem L é regular, então:

_____ Existe uma gramática linear à direita que gera L, mas pode ser que não exista nenhum autômato finito que reconheça L;
X____ Existe pelo menos uma gramática linear à direita que gera L, um autômato finito que reconhece L e uma expressão regular que gera L;
_____ É possível garantir a existência de uma expressão regular que gera L, mas não de uma gramática linear à direita ou de um autômato finito que gere/reconheça L;
_____ É possível garantir a existência de um autômato finito não-determinístico que reconhece L, mas não de uma expressão regular que gera L.

02) Um estado q_a é dito equivalente à um estado q_b quando:

_____ Todas as cadeias aceitas a partir do estado q_a são tambem aceitas a partir do estado q_b;
_____ Todas as cadeias aceitas a partir do estado q_b são tambem aceitas a partir do estado q_a;
X____ Todas as cadeias aceitas a partir do estado q_a são tambem aceitas a partir do estado q_b e vice-versa;
_____ Pelo menos uma mesma cadeia é aceita a partir tanto de q_a quanto de q_b.

03) Se um autômato finito A é mínimo, então (assinale a alternativa FALSA):

X____ Pode ser que exista um autômato B diferente (em relação às transições), que aceite a mesma linguagem, mas com o mesmo número de estados de A;
_____ Não existem dois estados equivalentes em A;
_____ Ele é único;
_____ Não existe outro que aceite a mesma linguagem e possua um número menor de estados (a menos de um único estado inútil).

04) Se L é uma linguagem regular infinita e $\alpha \in L$, $|\alpha| \geq n$, onde n é a constante do Pumping Lemma para as linguagens regulares, então (assinale a alternativa FALSA):

_____ $\alpha = xyz$, com $1 \leq |y| \leq |\alpha|$ e $xy^iz \in L$, para todo i;
_____ $\alpha = uvwxy$, com $|vwx| \leq n$, $|vx| \geq 1$ e $uv^iwx^iy \in L$, para todo i;
X____ $\alpha = xyz$, com $1 \leq |y| \leq n$ e $xy^iz \in L$, apenas para $i \geq n$;
_____ $\alpha = uvwxy$, com $1 \leq |vwx| \leq n$, e $u(vwx)^iy \in L$, para todo i;

05) Seja L aceita por um autômato finito A com $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ e $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, e suponha que A aceite a cadeia $abcd$. Logo:

- _____ $L(A)$ é finita;
- X____ $L(A)$ é infinita;
- _____ Não se pode afirmar nada sobre a finitude ou infinitude de $L(A)$ sem examinar cadeias de comprimento menor que 3;
- _____ Não se pode afirmar nada sobre a finitude ou infinitude de $L(A)$ sem examinar cadeias de comprimento maior ou igual a 6.

06) Se uma gramática G é ambígüa, então (assinale a alternativa FALSA):

- _____ Existe pelo menos uma sentença pertencente à $L(G)$ com duas derivações mais à esquerda diferentes;
- _____ Existe pelo menos uma sentença pertencente à $L(G)$ com duas derivações mais à direita diferentes;
- _____ Existe pelo menos uma sentença pertencente à $L(G)$ com duas árvores de sintaxe diferentes;
- X____ Todas as sentenças de $L(G)$ possuem duas ou mais derivações mais à esquerda diferentes.

07) A simplificação de gramáticas livres de contexto envolve:

- _____ Minimização do número de símbolos não-terminais;
- _____ Conversão para a Forma Normal de Chomsky ou a Forma Normal de Greibach;
- _____ Minimização do número de regras de produção;
- X____ Eliminação de símbolos inúteis e inacessíveis, eliminação de regras vazias e de regras unitárias.

08) Seja L uma linguagem aceita por um autômato de pilha M com critério de aceitação estado final. Então:

- _____ É possível construir um autômato de pilha com critério de aceitação pilha vazia N tal que $L(M) = L(N)$ apenas se $\varepsilon \notin L(M)$;
- _____ É possível construir um autômato de pilha com critério de aceitação pilha vazia N tal que $L(M) = L(N)$ apenas se M for determinístico;
- _____ Não é possível garantir, no caso geral, a existência de um autômato de pilha com critério de aceitação pilha vazia N tal que $L(M) = L(N)$;
- X____ É sempre possível construir um autômato de pilha com critério de aceitação pilha vazia N tal que $L(M) = L(N)$.

09) Ambos os Pumping Lemma (para as linguagens regulares e para as linguagens livres de contexto) exploram algum tipo de finitude nas representações formais das linguagens de cada uma dessas classes. Essas finitudes são, respectivamente:

- _____ A quantidade de sentenças que fazem parte dessas linguagens;
- _____ O tamanho das sentenças que fazem parte das linguagens;
- _____ A quantidade de estados do autômato finito e do autômato de pilha que reconhecem essas linguagens;
- X____ A quantidade de estados do autômato finito que reconhece a linguagem e a quantidade de símbolos não-terminais da gramática que gera a linguagem.

10) Se $L(G)$ é uma linguagem livre de contexto, então:

- _____ $L(G)$ pode ser reconhecida por um autômato de pilha determinístico;
- X____ $L(G)$ pode ser reconhecida por um autômato de pilha não-determinístico;
- _____ $L(G)$ pode ser reconhecida por autômato finito não-determinístico;
- _____ $L(G)$ é infinita.

11) Se G é uma gramática livre de contexto e $\varepsilon \notin L(G)$, então (assinale a alternativa FALSA):

- _____ $L(G)$ é sensível ao contexto;
- _____ $L(G)$ pode ser regular;

_____ $L(G)$ pode ser finita;

X____ $L(G)$ é não-regular.

12) Numa Máquina de Turing com fita limitada, o cursor da fita pode:

_____ Se deslocar para a esquerda e para a direita, mas apenas para fazer leituras;

_____ Ler e escrever, mas apenas se deslocando para a direita;

_____ Se deslocar apenas para a direita, e ele pode fazer apenas leituras;

X____ Se deslocar para a esquerda e para a direita, e pode tanto ler quanto escrever.

13) Quantas configurações diferentes uma Máquina de Turing com fita limitada pode assumir quando a cadeia de entrada é abc? Suponha que $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ e $\Gamma = \{a, b, c, X, Y\}$.

_____ 125

X____ 1.875

_____ 375

_____ 1.125